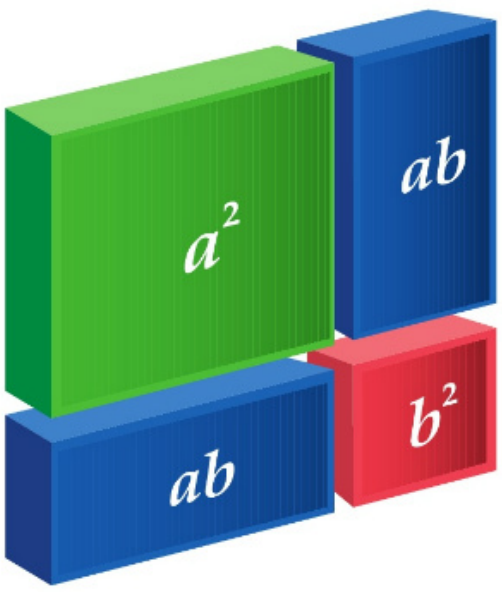
6

Primaria

Álgebra

Edición Digital



Perú

GENIOMATIC

Índice

	UNIDAD	ENFOQUE TRANSVERSAL	CONTENIDO TEMÁTICO	
I Bimestre	1 Lógica proposicional	ENFOQUE AMBIENTAL Cuidemos el medio ambiente.	· Lógica proposicional · Conectivos lógicos · Cuantificadores · Reforzando - Unidad 1 · Autoevaluación	111 114 118 121 123
	2 Números enteros	ENFOQUE DE BÚSQUEDA DE EXCELENCIA Nos organizamos para trabajar en equipo y lograr mejores resultados.	· Conjunto de los números enteros · Operaciones con números enteros · Operaciones combinadas · Reforzando - Unidad 2 · Autoevaluación	124 127 131 134 136
II Bimestre	3 Leyes de exponentes	ENFOQUE DE DERECHOS Respetamos las opiniones de los demás.	· Término algebraico · Potenciación. Leyes de exponentes. · Radicación · Reforzando - Unidad 3 · Autoevaluación	137 141 145 148 150
	4 Expresión algebraica	ENFOQUE DE DERECHOS Tenemos derecho a ser escuchados.	· Expresión algebraica. Polinomios · Valor numérico · Multiplicación algebraica de monomios · Reforzando - Unidad 4 · Autoevaluación	151 154 157 160 162
III Bimestre	5 Productos notables	ENFOQUE DE IGUALDAD DE GÉNERO Valoramos el rol de la mujer en la sociedad.	· Multiplicación algebraica de polinomios · Productos notables · Factorización: Factor común monomio · Reforzando - Unidad 5 · Autoevaluación	163 166 169 172 174
	6 Factorización	ENFOQUE INTERCULTURAL Estamos orgullosos de nuestra identidad nacional.	· Factorización: Factor común polinomio · Factorización por productos notables · Ecuaciones de primer grado: Forma $ax + b = c$ · Reforzando - Unidad 6 · Autoevaluación	175 178 181 185 187
IV Bimestre	7 Ecuaciones	ENFOQUE DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD Tenemos derecho a la educación	· Ecuaciones lineales de la forma (ax + b)/c = d · Planteo de ecuaciones · Desigualdades e intervalos · Reforzando - Unidad 7 · Autoevaluación	188 191 195 199 201
	8 Inecuaciones	ENFOQUE DE ORIENTACIÓN AL BIEN COMÚN Cuidamos los bienes de nuestro colegio.	· Inecuaciones · Planteo de inecuaciones · Sistema de ecuaciones · Reforzando - Unidad 8 · Autoevaluación	202 205 209 213 215

Oración gramatical

Lógica proposicional

NOTICIA

"Un bus de la empresa ETASA, que viajaba de Lima a Huancayo con 42 pasajeros, se despistó en el kilómetro 72 de la Carretera Central. No hubo pérdida de vidas humanas, pero sí 15 heridos, 3 de los cuales resultaron de gravedad".

VIDEO DE TEORÍA

Respecto a la noticia, **califica** como verdadero (V) o falso (F) las siguientes afirmaciones.

1. El bus llevaba 42 pasajeros. ( )
2. El bus viajaba de Huancayo a Lima. ( )
3. Se despistó en el km 72 de la Panamericana Sur. ( )
4. ¿De qué empresa era el bus? ( )

Los enunciados que has calificado ya sea como verdadero o falso, son proposiciones. El enunciado 4 no es proposición, no se puede calificar como verdadero ni falso.

Las proposiciones son para la Lógica, lo que los números son para la Aritmética.

Una proposición es un enunciado que puede ser calificado ya sea como verdadero o como falso, pero no como ambos.

Son proposiciones:

- Lima es una ciudad
- Loreto está en la Costa
- $2 + 3 + 4 = 10$

No son proposiciones:

- ¿El Perú es libre?
- Quien mal anda, mal acaba
- Responde la pregunta

Proposición simple.- Es la proposición que expresa un solo pensamiento. No se puede disgregar en dos proposiciones.

- 7 es un número primo
- El doble de 8 es 64
- 30 es divisible por 4

Proposición compuesta.- Son proposiciones que contienen una negación o se pueden separar en otras proposiciones.

- 12 es par y múltiplo de 3
- $25 \geq 20$
- Si $10 > 8$ o $10 < 12$

Formalización de las proposiciones.- Formalizar una proposición es representar las proposiciones mediante variables y los conectores gramaticales, mediante conectivos lógicos.

- 5 es mayor que 4 o 3, pero no mayor que 8: $(p \vee q) \wedge \sim r$

$5 > 4 : p$ $\quad$ $5 > 3 : q$ $\quad$ $5 > 8 : r$

Ten en cuenta

Valor de verdad

Es el calificativo de verdadero (V) o falso (F) que se da a una proposición. Solo hay dos valores de verdad.

- $3 + 4 = 10$ (F)
- 120 es par (V)
- $15 > 20$ ( )
- $5^2 = 25$ ( )

Variable proposicional

Así como los números, las proposiciones se pueden representar por letras.

La letra que representa una proposición se llama variable proposicional. En Lógica se usan las letras de "p" para adelante.

Conectivos lógicos

Se usan conectivos lógicos para formar las proposiciones compuestas.

Aquí algunos conectivos lógicos:

$\sim$: no $\quad$ $\vee$: o

$\wedge$: y $\quad$ $\rightarrow$: entonces

Esquema molecular

La formalización de una proposición se llama esquema molecular:

- Si Perú gana a Brasil entonces clasifica al mundial de Qatar:

$p \rightarrow q$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 1

Formaliza las siguientes proposiciones:

a) $9 \geq 8$

b) Si N termina en 5 o 0, es divisible por 5.

c) Si Juan viene rápido entonces está molesto o enfermo.

Resolviendo:

a) $p \vee r$ b) $p \vee q \rightarrow r$ c) $p \rightarrow q \vee r$

Ejemplo 2

Formaliza la proposición:

"Los peces pueden nadar o los tigres pueden cazar pero las gallinas no nadan ni cazan".

Resolviendo:

$(p \vee q) \wedge (\sim r \wedge \sim s)$

Ejemplo 3

Identifica las proposiciones compuestas:

a) Los cerdos no vuelan.

b) Las aves y las mariposas pueden volar.

c) Camila y Santos son hermanos.

Resolviendo:

a) Es compuesta porque tiene la negación.

b) Es compuesta. Se puede separar en "las aves pueden volar" y "las mariposas pueden volar"

c) Es simple. Al separar en "Camila es hermano de Santos" y "Santos es hermano de Camila" las dos proposiciones significan lo mismo.

Nivel básico

1 **Completa:**

a) Verdadero y falso son _____

b) _____ es o bien verdadera o bien falsa.

c) _____ representa una proposición.

2 **Completa:**

a) "p" es _____

b) $p \wedge q \rightarrow r$ es _____

c) _____ es expresar simbólicamente una proposición expresada verbalmente.

3 Es proposición:

I. El día tiene 24 horas.

II. Dos números consecutivos se diferencian en 2.

III. La valiente respuesta de Bolognesi.

4 **Formula** dos proposiciones verdaderas.

5 **Formula** dos proposiciones falsas.

Nivel intermedio

6 **Completa** para que la proposición sea falsa:

I. La hora tiene _____ minutos.

II. 20 + 40 es igual a _____

III. Trilce fue escrito por _____

7 **Completa** para que la proposición sea verdadera:

I. La capital de Ancash es _____

II. 12 es un número _____

III. 10 tiene _____ divisores.

8 **Formula** dos proposiciones simples.

9 **Formula** dos proposiciones compuestas.

10 Son proposiciones compuestas:

I. 10 es mayor o igual que 4.

II. 15 es impar y divisible por 4.

III. Con más rapidez se llega en menos tiempo.

Nivel avanzado

11 **Formaliza** las siguientes proposiciones:

a) Juan estudia o juega.

b) El número 12 es divisible por 2 y 3.

c) Si N termina en 6 entonces es par.

12 Sean las proposiciones:

p: $8 > 5$ q: $8 = 5$ r: 8 divisible por 2

Expresa verbalmente los esquemas moleculares:

a) $p \wedge r$ b) $p \vee q$ c) $\sim q \rightarrow r$

13 **Formula** proposiciones que tengan la forma:

a) $p \wedge q$ b) $p \vee q$ c) $\sim p \rightarrow \sim q$

14 **Formula** una proposición cuya estructura sea equivalente a $(\sim p \vee \sim q) \rightarrow r$.

Tarea

1 **Formula** dos proposiciones verdaderas y dos proposiciones falsas.

2 La proposición: *"Los niños nacen indefensos y con mucho hambre"*, se compone de las proposiciones: (menciónalas).

3 **Formaliza** la proposición: *"Si los jóvenes son impetuosos y no miden el peligro, entonces aprenderán con los años"*.

4 **Formaliza** dos proposiciones simples y dos compuestas.

Proposición

Conectivos lógicos

Los conectivos lógicos son símbolos que sirven para enlazar proposiciones y formar proposiciones compuestas.

VIDEO DE TEORÍA

Estudiaremos los conectivos lógicos: Negación (~), conjunción (∧), disyunción (∨) y la condicional (→).

Para explicar usaremos el cuadro de la derecha:

Los artistas de mi aula

Pintores	Cantantes	Actores
Andrés	Javier	Andrés
Dora	Pilar	Ana
Job	Dora	Ángel

1. La negación (~)

Cambia el valor de verdad de una proposición. Utiliza los términos: "no", "es falso", "es mentira", "es imposible", etc.

- p : Dora es cantante. (V)
  $\sim p$: Dora no es cantante. (F)

Tabla de verdad de la negación

p	$\sim q$
V	F
F	V

2. La conjunción (∧)

Afirma que ambas proposiciones son verdaderas. Utiliza los términos: "y", "también", "pero", el punto seguido, etc.

- Andrés es pintor y actor. (V)
- Dora es pintora y actriz. (F)
- Ángel es pintor y cantante. (F)

Tabla de verdad de la conjunción

p q	$p \wedge q$
V V	V
V F	F
F V	F
F F	F

3. La disyunción (∨)

Afirma que al menos una de las proposiciones es verdadera. Utiliza el término "o".

- Dora es pintora o cantante. (V)
- Pilar es cantante o actriz. (V)
- Dante es pintor o actor. (F)

Tabla de verdad de la disyunción

p q	$p \vee q$
V V	V
V F	V
F V	V
F F	F

4. La condicional (→)

Afirma que la proposición antecedente condiciona o implica al consecuente. Utiliza el término "si .... entonces".

- Si Job es pintor entonces Ana es actriz. (V)
- Si Dora es pintora entonces Miguel es actor. (F)
- Si Dante es pintor entonces Pilar es actriz. (V)

Tabla de verdad de la condicional

p q	$p \rightarrow q$
V V	V
V F	F
F V	V
F F	V

Ten en cuenta

Doble negación

La proposición "no es cierto que Pilar no sea cantante" equivale a "Pilar es cantante"

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

Tabla de verdad

Como la proposición compuesta contiene otras proposiciones, su valor de verdad depende del valor de las proposiciones componentes y los conectivos lógicos involucrados.

La tabla de verdad expresa todos los posibles valores de verdad de una proposición compuesta para cada combinación de valores de verdad de las proposiciones simples que la componen.

Como ejemplo elaboremos la tabla de verdad de la proposición:

"Si Javier llega tarde entonces no llovió anoche".

p q	$p \rightarrow \sim q$
V V	V F F
V F	V V V
F V	F V F
F F	F V V

Resultado de la tabla

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 1

Juan: *Carlos se comió la torta.*
Pamela: *No es cierto lo que dice Carlos.*
Carlos: *Juan miente.*

Si Pamela no miente, ¿quién se comió la torta?

Resolviendo:

Sean:

Juan: *Carlos se comió la torta* = p

Carlos: *Juan miente* = $\sim p$

Pamela: *No es cierto lo que dice Carlos* = $\sim(\sim p) = p$ (V)

Rpta.: Carlos

Ejemplo 2

Si la proposición: "Carlos es abogado y empresario" es verdadera, entonces la proposición: "Carlos no es abogado o es empresario", ¿es verdadera o falsa?

Resolviendo:

Como la conjunción es verdadera:

- Carlos es abogado. (V)
- Carlos es empresario. (V)

La disyunción es:

Carlos no es abogado (F) $\vee$ es empresario. (V)

➡ $F \vee V \equiv V$

Rpta.: Verdadera

Ejemplo 3

La proposición $x = 8 \vee x = 12$ es verdadera y $x < 10$ también. **Halla** $3x + 2$.

Resolviendo:

Como $x < 10$ entonces $x = 12$ es falso.

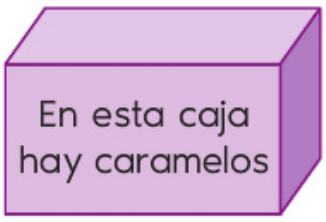
En $x = 8 \vee x = 12$ (? $\vee$ F) ➡ $x = 8$ (V)

Luego:

$3x + 2 = 3\times8 + 2 = 24 + 2 = 26$

Nivel básico

1 Es imposible que no sea verdad lo que dice el letrero de la caja. ¿Contiene caramelos la caja?



2 **Ana:** Tengo 10 años.
Cecilia: Ana no tiene 10 años.
Carmen: Cecilia miente.

Si Carmen dice la verdad, ¿es cierto que Ana tiene 10 años?

3 La proposición $x = 10 \vee x < 8$ es verdadera y $x > 9$ también. **Halla** $2x + 10$.

4 **Yuri:** Aníbal es ingeniero o vive en Ica.
Alex: Aníbal no vive en Ica.
Aníbal: Yuri y Alex tienen razón.

Si Aníbal no miente, ¿es o no ingeniero?

5 **Carla:** *"Si Sandro viene contento entonces ganó La U".*
Tomás: *"Sandro no viene contento".*

Si Carla dice la verdad y Tomás miente, entonces, ¿ganó o perdió la U?

Nivel intermedio

6 **Adela:** *Yo cocino o voy al cine.*
Vidal: *Adela miente.*
Sara: *Adela no cocina.*

Si Vidal dice la verdad, ¿Sara dice la verdad o miente?

7 **María:** *Irene es mayor que yo.*
Carmen: *Irene es mayor que yo.*
Irene: *María es menor que Carmen.*

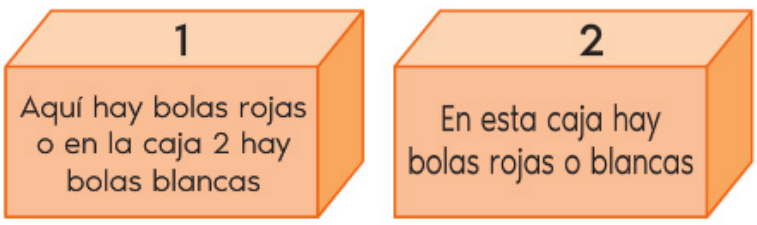
Si las tres mienten y son de diferentes edades, ordénalas de menor a mayor edad.

8 Si las proposiciones: "Si Aldo fue al cine entonces fue con Camila" y "Aldo y Rafaela fueron al cine" son falsas, ¿alguien fue al cine?

9 **Gerardo:** *Tengo un carro y vivo en Huancayo.*
Julio: *Gerardo tiene un carro o no soy hermano de él.*

Gerardo y Julio son hermanos. Si además, Gerardo miente y Julio dice la verdad, ¿Gerardo vive o no en Huancayo?

10



Una de las cajas contiene bolas rojas y la otra bolas blancas. Si el letrero de la caja 1 miente y el de la caja 2 dice la verdad, ¿qué color de bolas contiene cada caja?

Nivel avanzado

11 Mariela dice: "Si Nando no mete gol entonces no ganan Los Halcones". Si lo que dice Mariela es falso, ¿ganan o pierden Los Halcones?

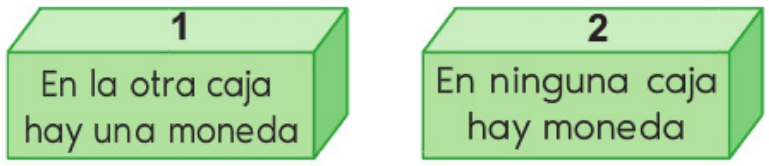
12 **Mirella:** *César vive en Juliaca y no tiene novia.*

Pamela: *César tiene novia y vive en Puno.*

Piero: *Mirella tiene razón.*

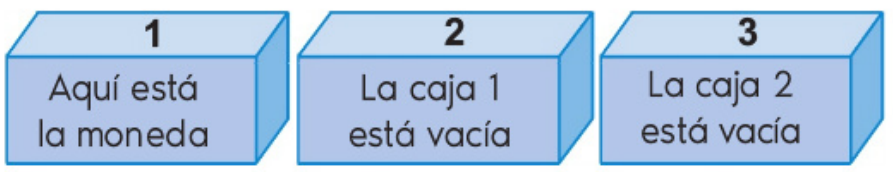
Si Piero dice la verdad, ¿Pamela dice la verdad o miente?

13 En una de estas cajas hay una moneda y en la otra, un billete.



Si los letreros de las dos cajas mienten, ¿qué contiene cada caja?

14 Sólo en una de estas tres cajas hay una moneda. Si dos de los letreros mienten, ¿cuál de las cajas contiene la moneda?



Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Tarea

1 Si la proposición: "Carlos no es futbolista" es verdadera, ¿cuál es el valor de verdad de la proposición: "no es posible que no sea falso que Carlos no sea futbolista"?

2 Si p es verdadero y q es falso, **determina** el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

a) $p \vee q$ c) $\sim p \vee q$ e) $\sim p \vee \sim q$

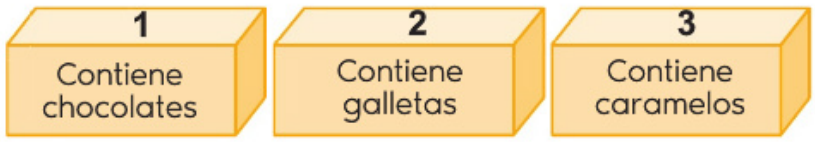
b) $p \wedge q$ d) $p \wedge \sim q$ f) $\sim p \wedge \sim q$

3 Si $p \vee q$ es falso, **determina** el valor de verdad de:

a) $\sim p \vee q$ c) $\sim p \vee \sim q$ e) $p \wedge q$

b) $p \wedge \sim q$ d) $\sim p \to q$ f) $\sim p \to \sim q$

4



Los letreros de las tres cajas mienten. Si al abrir la caja 1 se encuentra galletas, ¿qué contiene cada una de las otras dos cajas?

Cuantificadores

Proposición

Consideremos las expresiones:

• $2x = 10$ (1) • $x + 6 = 8$ (2) • $x > 5$ (3)

En Lógica, cada una de estas expresiones se llama **enunciado abierto** o **función proposicional.**

No pueden ser proposiciones porque no se sabe si son verdaderos o falsos.

Por ejemplo, (1) es verdadero si $x = 5$, pero falso para $x = 7$.

Pero si decimos: "algún valor de x cumple con la igualdad (1)", la expresión resulta verdadera sin haber dado un valor a x.

VIDEO DE TEORÍA

Los cuantificadores son símbolos utilizados para indicar si parte o todos los elementos de una clase o conjunto pertenecen a otro.

Existen dos cuantificadores:

Cuantificador existencial: $\exists x$ se lee "existe algún x".

Cuantificador universal: $\forall x$ se lee "para todo x".

Los cuantificadores pueden transformar una función proposicional en proposición:

• $\exists x, 2x = 10$: "existe algún valor de x tal que $2x = 10$". (V)

• $\forall x, x + 6 = 8$: "todos los valores de x son tales que $x + 6 = 8$". (F)

• $\forall x, x > 5$: "todos los valores de x son tales que $x > 5$". (F)

Ejemplo 1

Determina el valor de verdad de las proposiciones categóricas:

a) Algunos números son pares. ( )

b) Ningún número natural es negativo. ( )

c) Todos los números primos son impares. ( )

Resolviendo:

a) V b) V c) F: 2 es primo y par

Ejemplo 2

Determina el valor de verdad de las proposiciones en el conjunto de los números naturales:

a) $\forall x, x + 2 = 18$ b) $\exists x, 2x = 10$ c) $\exists x, 2x = 9$

Resolviendo:

a) F b) V: $x = 5$ c) F: No hay un valor natural para x.

Ten en cuenta

Función proposicional

Una función proposicional es una expresión que contiene variables (letras) que cuando se las sustituye por un elemento de algún conjunto o se les aplica un cuantificador se vuelve una proposición.

- x es impar
- $x < 8$
- x es Ministro de Salud

Proposición categórica

Una proposición categórica es la que contiene un cuantificador.

Existen cuatro tipos de proposiciones categóricas:

- **Universal afirmativa**
  Todas las aves tienen plumas.
- **Universal negativa**
  Ningún corrupto será congresista.
- **Particular afirmativa**
  Algunos mamíferos son cazadores.
- **Particular negativa**
  El pescador no es marino.

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 3

Sea x un número natural. **Aplica** un cuantificador a las siguientes funciones proposicionales para que se conviertan en una proposición verdadera:

a) $x + 2 = 10$ b) $x \geq 0$ c) $2x$ es par

Resolviendo:

a) $\exists x, x + 2 = 10$ b) $\forall x, x \geq 0$

c) $\forall x$, $2x$ es par

Ejemplo 4

¿A qué conjuntos de los animales debe pertenecer x, para que las siguientes proposiciones categóricas sean verdaderas?

a) $\exists x$, x vive en el mar b) $\forall x$, x vuela

c) $\forall x$, x vive en el agua

Resolviendo:

a) Mamíferos b) Mariposas c) Peces

Nivel básico

1 **Determina** un valor o algunos valores de x, para que la función proposicional en x sea verdadera.

a) $3x$ es impar b) $7 + x < 9$ c) $2x = 2 + 8$

2 **Formula** dos proposiciones categóricas (verdaderas o falsas) tipo universal afirmativa.

3 **Formula** dos proposiciones categóricas (verdaderas o falsas) tipo universal negativa.

4 **Formula** dos proposiciones categóricas (verdaderas o falsas) tipo particular negativa.

5 **Formula** dos proposiciones categóricas (verdaderas o falsas) tipo particular afirmativa.

Nivel intermedio

6 **Determina** un valor o algunos valores de x, para que la función proposicional en x sea verdadera.

a) $2x$ es primo. b) x tiene 2 cifras.

c) x es el menor número cuya suma de cifras es 20.

7 **Escribe** en forma verbal las siguientes proposiciones:

a) $\forall x$, $2x$ es par b) $\exists x$, $x > 0$ c) $\exists x$, $3x = 9$

8 **Determina** el valor de verdad de las proposiciones categóricas:

a) Todas las aves tienen plumas. ( )

b) Algún juez es honesto. ( )

c) Ningún humano llegó a Marte. ( )

9 **Determina** el valor de verdad de las proposiciones categóricas en el conjunto de las aves:

a) $\forall x$, x vuela. ( )
b) $\exists x$, x no vuela. ( )
c) $\forall x$, x tiene pico. ( )

10 **Determina** el valor de verdad de las proposiciones en el conjunto de los números naturales:

a) $\forall x$, $2x + 1$ es impar.
b) $\exists x$, x tiene un solo divisor.
c) $\forall x$, si x tiene dos cifras entonces $x > 9$.

Nivel avanzado

11 **Determina** un valor o algunos valores de x, para que la función proposicional en x sea verdadera.

a) $2x < 7 \wedge x > 2$ b) $x^2 + 2 = 11$
c) x tiene 2 cifras iguales.

12 Sea x un número natural. Aplica un cuantificador a las siguientes funciones proposicionales para que se conviertan en proposiciones verdaderas.

a) $x + 2 = 10$ b) $x^2 \geq 0$ c) $2x$ es primo

13 Sea x un elemento del conjunto de los números pares. **Determina** el valor de verdad de las proposiciones:

a) $\exists x$, x termina en 5.
b) $\forall x$, x tiene un número par de divisores.
c) $\forall x$, 2 es un divisor de x.

14 Sea x un número impar. **Aplica** un cuantificador a las siguientes funciones proposicionales para que se conviertan en proposiciones verdaderas.

a) $2x - 1 = 10$ b) $2x + 1$
c) x es divisible por 3.

Tarea

1 **Escribe** 3 ejemplos de función proposicional.

2 **Determina** el valor de verdad de las proposiciones en el conjunto de los números naturales:

a) $\forall x$, $2x + 4$ es par.
b) $\exists x$, $3x$ tiene 2 cifras.
c) $\forall x$, $12x$ tiene al menos dos cifras.

3 **Escribe** 3 ejemplos de proposición categórica.

4 A cada función proposicional en el conjunto de los números naturales **aplica** un cuantificador a fin de que la proposición resultante sea verdadera.

a) $5x$ tiene 2 cifras. c) $12x$ es par.
b) $x^2 \geq 0$ tiene 2 cifras.

Reforzando - Unidad 1

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Identifica el valor de x que hace que $x > 7$ sea falsa.

A) 12 B) 500
C) 2 D) 10

2 Señala el enunciado que no es proposición.

A) 4 + 5 = 10
B) El número 12 es impar.
C) La suma de 12 más 10.
D) 15 es menor que 20.

3 La proposición: "Diez es menor que 5 y Carlos tiene 12 años".

A) Siempre es falsa.
B) Puede ser verdadera.
C) Siempre es verdadera.
D) Es verdadera siempre que Carlos tenga 12 años.

4 La proposición: "Los batracios viven en el agua y no tienen alas" tiene la estructura:

A) $p \rightarrow q$ B) $p \vee \sim q$
C) $p \wedge \sim q$ D) $p \wedge q$

5 La proposición "Si llueve en la mañana entonces solea en la tarde" tienen la estructura:

A) $p \rightarrow q$ B) $p \vee q$
C) $p \wedge q$ D) $p \wedge \sim q$

6 ¿Cuál de las proposiciones es la negación de: "Los niños no mienten"?

A) Los niños dicen la verdad.
B) Ningún niño miente.
C) Los niños no dicen la verdad.
D) Algunos niños mienten.

7 En los recuadros escribe el signo <, > o igual, según corresponda:

a) 12 + 3 ☐ 3 + 2×3

b) 13 −7 ☐ 7 − 2× 3

c) 22 ☐ 2×2

Para que las proposiciones sean verdaderas.

A) <; >; = B) =; >; =
C) >; >; > D) <; <; =

8 Si la proposición: "Si Daniela no juega entonces perderá su equipo", es falsa, ¿cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?

A) Daniela juega.
B) Pierde el equipo de Daniela.
C) No pierde el equipo de Daniela.
D) Daniela juega o pierde su equipo.

9 La proposición: "Eduardo es médico o policía", es falsa. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?

A) Eduardo es médico
B) Eduardo es policía
C) Si Eduardo es médico entonces es policía
D) Eduardo es médico y trabaja en el hospital

10 La proposición: "Con el dinero que tengo me compro una bicicleta o una pelota", es:

A) Conjuntiva B) Disyuntiva
C) Condicional D) Verdadera

11 ¿Cuál de las proposiciones no lleva un cuantificador?

A) Algunos problemas son difíciles de resolver.
B) Héctor ha jugado con algunos niños.
C) Todos los números tienen dos cifras.
D) Ningún juez es justo.

12 Aldo, Pedro y Teresa juegan a decir verdes y mentiras. Cuando Teresa formula una pregunta, Aldo siempre responde con una mentira y Pedro con la verdad. ¿Cuál de los dos puede decir "soy mentiroso"?

A) Aldo B) Pedro
C) Ninguno D) Cualquiera de los dos

13 Sustenta, ¿por qué la doble negación equivale a una afirmación?

14 Explica, ¿por qué la negación de "Todos los corderos son blancos" es "Algunos corderos no son blancos?"

15 Cuando el antecedente de una proposición condicional es falsa, la proposición siempre es ¿falsa o verdadera?

16 Javier dijo: Ayer Emilia llegó tarde.

Si Javier no dijo la verdad, la proposición: "Ayer Emilia no llegó tarde", es ¿falsa o verdadera?

17 Completa:

a) La letra que se usa para representar una proposición se denomina _____

_____

b) Una proposición siempre es _____

o _____

c) La negación cambia _____

_____ de una proposición.

18 Define los siguientes términos:

a) Variable proporcional.

b) Valor de verdad.

c) Esquema molecular.

19 Para que el enunciado "x es par o 2" sea una proposición verdadera:

I. Es suficiente que x sea igual a 24.

II. Es necesario que x sea igual a 2.

III. Es suficiente que x sea mayor que 1.

20 Formula tres maneras de negar la proposición: *"Los soldados vencieron al enemigo"*.

21 Usa un cuantificador para hacer que el enunciado: "Las aves no vuelan", sea una proposición verdadera.

22 Usa un cuantificador para hacer que el enunciado: "Los hombres son mortales", sea una proposición verdadera.

23 Usa un cuantificador para hacer que el enunciado: "Los huancaínos son peruanos", sea una proposición verdadera.

24 Lucila, Mirna y Ángela tienen 10; 12 y 13 años, aunque no necesariamente en ese orden. Lucila dice tener 10 años, Mirna dice tener 13 años y Ángela dice tener 12 años; pero ninguna ha dicho la verdad.

Si Ángela es mayor que Mirna, determina la edad de cada una.

25 Félix y su hermana Delia visitaron la granja del tío Rómulo. Una mañana encontraron un animal en el patio. Félix dijo: "Si tiene cuernos es una vaca", y Delia dijo: "Si es vaca da leche". Lo que dijo Delia es verdadero y lo que dijo Félix, falso. Entonces el animal en cuestión es:

26 En la proposición: "Si llueve, el caudal del río aumenta", el antecedente es falso, entonces la proposición:

I. Siempre es verdadera.

II. Siempre es falsa.

III. No es posible determinar.

27 Cuatro amigos: Manuel, Fernando, Mario y David son sospechosos de haber cometido un asalto. Cuando se les interrogó sobre el asalto respondieron lo siguiente:

- Manuel: "Yo no fui".
- Fernando: "Fue Mario".
- Mario: "Fernando miente al decir que fui yo".
- David: "Yo cometí el asalto".

Se sabe que solo uno cometió el asalto y que tres mienten. ¿Quién dice la verdad?

Autoevaluación

1. La proposición: "Las oportunidades no se presentan a cada rato", ¿es simple o compuesta? Argumenta tu respuesta.

2. Formula 2 proposiciones falsas y 2 verdaderas.

3. Formula tres formas de negar la proposición: "Es imposible que la selección de fútbol pierda ante Chile".

4. Usa cuantificadores para que las siguientes proposiciones resulten verdaderas.

   a) Los triángulos tienen los tres lados iguales.

   b) Los círculos tienen diámetro.

   c) Hay números naturales negativos.

5. ¿Qué debe ocurrir para que la proposición: "Si el Congreso aprueba la ley de aumento de impuestos, protestarán las organizaciones sociales", sea falsa?

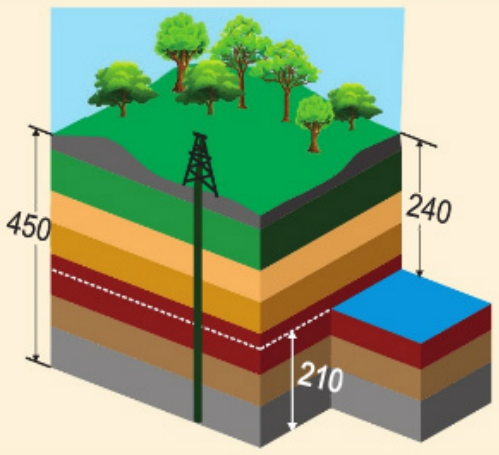
6. Sara, Karina y Cintia van al cine y tienen la siguiente conversación:

   - Sara : "Yo soy mayor de edad".
   - Karina : "Sara miente".
   - Cintia: "Karina es menor de edad".

   Solo una es menor de edad y solo una miente. ¿Quién miente? ¿Quién es menor de edad?

Adición en $\mathbb{N}$

Conjunto de los números enteros



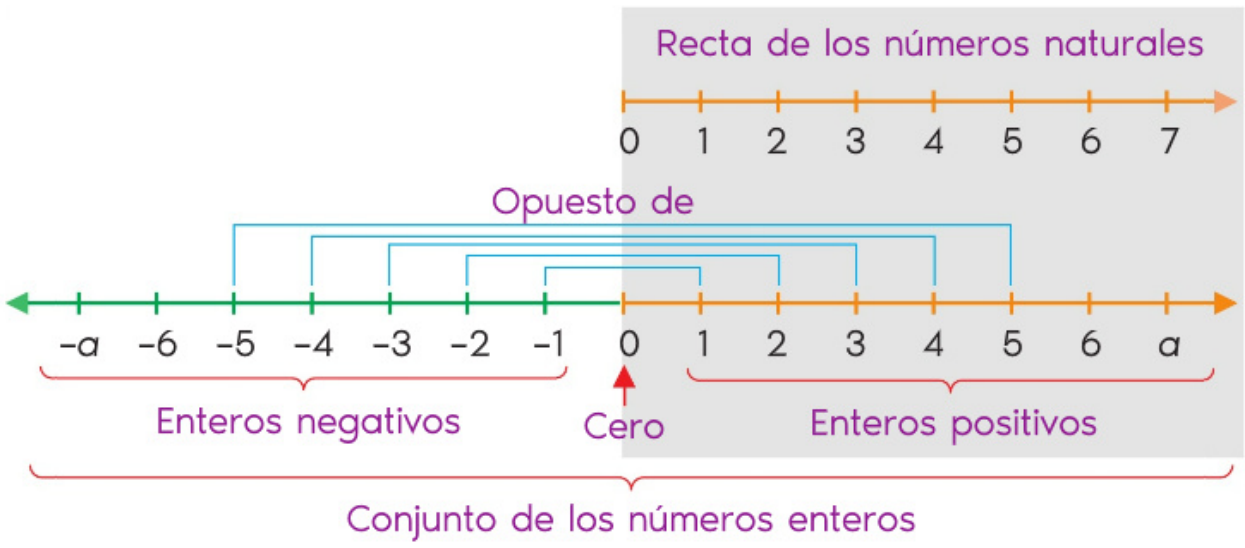
Cuando un punto de la Tierra está a una altitud de 240 m respecto al nivel del mar, se dice que la cota del punto es 240. Entonces la cota del nivel del mar es cero, porque es el nivel de referencia.

En el esquema, ¿cuál es la cota del extremo de la perforación?

VIDEO DE TEORÍA

Situaciones como la referida no son posibles de describir con los números naturales, de ahí que tenemos la necesidad de extender el conjunto de estos números. Esta extensión es el conjunto de los números negativos. ¿Cómo se generan? Observa lo que sigue.

Opuesto de un número natural



Para cada número natural a, distinto de cero, se define el opuesto de a, denotado por $-a$, tal que: $a + (-a) = 0$

Y el conjunto de todos los opuestos $-a$ forma el conjunto de los **enteros negativos.**

El conjunto de los números enteros está formado por el conjunto de los enteros positivos, el de los enteros negativos y el cero, que es considerado neutro y en la representación gráfica marca el origen.

Ahora podemos describir la cota del extremo de la perforación. Como está en el lado opuesto del nivel del mar, su cota es −210.

Comparación de números enteros

Para comparar dos enteros se recomienda tener en cuenta la ubicación en la recta: Es mayor el que está a la derecha y menor el que está a la izquierda.

- $-4 < 1$
- $0 > -3$
- $-3 < -1$
- $-2 > -4$

Ten en cuenta

Valor absoluto

En el gráfico se puede advertir que tanto 3 como −3 están a igual distancia del cero.

Es importante diferenciar entre coordenada de un punto y distancia al origen. Esta distinción no es necesaria con los números naturales porque tanto la coordenada del punto como la distancia al cero son iguales.

Entonces vamos a denotar la distancia del cero al origen con | |. Así:

- $|3| = 3$
- $|-3| = 3$

$\Big\}\ |3| = |-3| = 3$

La distancia de un punto de la recta numérica al cero se llama **valor absoluto**. Es como de decir, "valor sin considerar el signo menos".

En general, si a es positivo:

$|a| = a$ $\quad |-a| = a$ $\quad |0| = 0$

- $|5| = 5$
- $|-8| = 8$
- $|5 + |-6| - ||-8| - 6|| = |5 + 6 - |8 - 6|| = |11 - |2|| = |11 - 2| = 9$

Ejemplo 1

Escribe la expresión numérica de:

a) 500 años antes de Cristo.

b) Un calor de 36°.

c) A 80 m de profundidad.

Resolviendo:

a) −500 b) +36 c) −80

Ejemplo 2

Se usan solo números enteros en:

I. Asistentes al teatro.

II. Peso de niños atendidos en hospital.

III. Ganancias y pérdidas en el negocio.

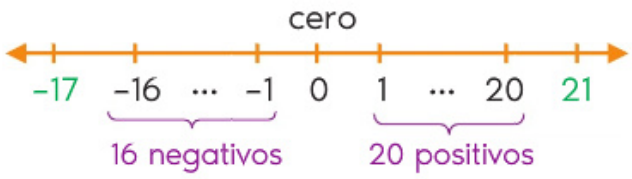
Resolviendo:

Solo I

Ejemplo 3

¿Cuántos enteros hay entre −17 y 21?

Resolviendo:



Total = 16 + 1 + 20 = 37

Nivel básico

1 **Relaciona** con su expresión numérica:

a) 20° bajo cero — 1. −50

b) En el piso 20 — 2. +20

c) 50 m bajo el nivel del mar — 3. −20

2 ¿Cuál de los siguientes números está más alejado del cero?

a) −7 b) −5 c) 6 d) 8

3 **Escribe** la expresión numérica de:

a) 20° bajo cero.

b) 50 soles de deuda.

c) Ubicación del tiburón a 60 m de profundidad.

4 ¿Cuál de los siguientes números es mayor?

a) El opuesto de 9. b) El opuesto de 5.

c) El opuesto de −4.

5 ¿Cuál de los siguientes números es menor?

a) |8| b) |−8| c) |−3| d) |−6|

Nivel intermedio

6 **Elabora** una lista de los enteros comprendidos entre −4 y 3.

7 Se usa solo números enteros en:

I. La contabilidad.

II. Número de artículos vendidos en el día.

III. Número de visitantes al museo.

8 Un gusano tiene movimiento en una sola dirección. En un momento se le observa en el punto cero, minutos más tarde se le ve alejado 12 unidades del cero. Entonces:

I. Está en el punto 12.

II. Está en el punto −12.

III. Ha recorrido 24 unidades.

9 Se dobla una tira de papel y a 11 cm del doblez se marca con una raya por ambos lados. Se estira el papel y al medir la distancia entre las marcas se obtiene:

10 El resultado de

$|4 - |4 - |4 - |4 - |-4| - 4| - 4| - 4| - 4|$ es:

Nivel avanzado

11 En los recuadros **escribe** el signo <, > o igual, según corresponda:

a) -63 ☐ -48

b) -92 ☐ 3

c) -6 ☐ 120

12 Se utilizan solo números enteros en:

I. Temperatura ambiental.

II. Años de nacimiento.

III. Las veces que entras al Facebook al día.

13 ¿Cuántos enteros hay entre -8 y 15?

14 **Calcula** la distancia de los números 7; 15; -14 y 23 a su respectivo opuesto.

Tarea

1 **Menciona** dos ejemplos donde se utilizan los enteros positivos y negativos.

2 **Representa** en la recta los números consecutivos desde -13 hasta -9.

3 En los recuadros **escribe** el signo <, > o igual, según corresponda:

a) -24 ☐ -32

b) -2 ☐ 29

c) -35 ☐ 7

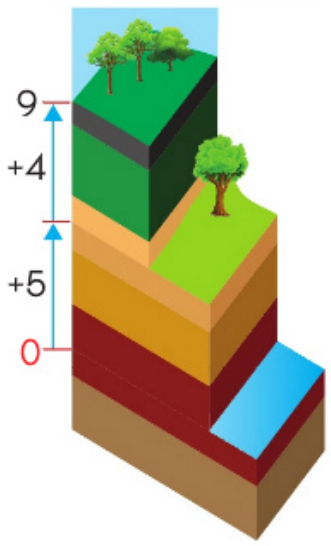
4 El resultado de

$|1 - |2 - |3 - |4 - |-5| - 6| - 7| - 8| - 9|$ es:

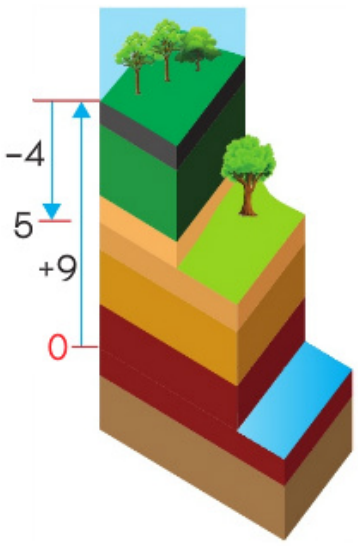
Operaciones con números enteros

Adición en $\mathbb{N}$

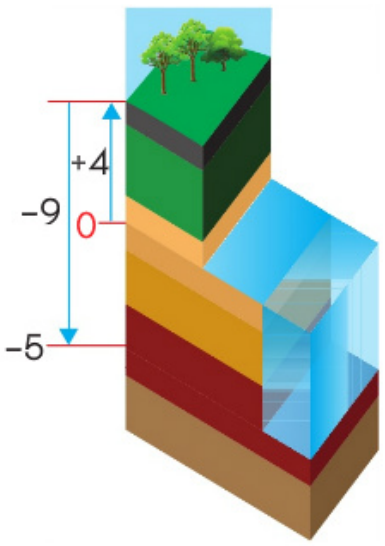
Adición de enteros



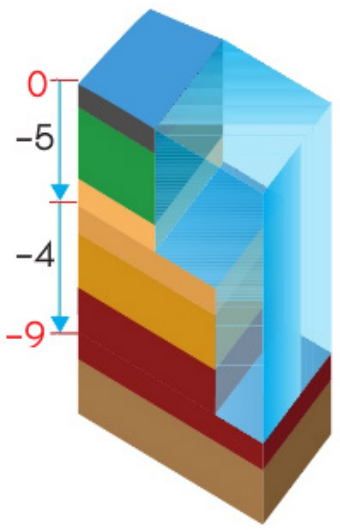
• 5 + 4 = 9



• 9 − 4 = 5



• 4 − 9 = −5



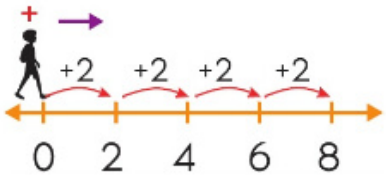
• −4 − 5 = −9

VIDEO DE TEORÍA

Multiplicación de enteros

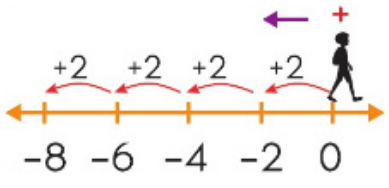
El siguiente ejercicio ejemplifica la multiplicación. Se trata de dar 4 pasos, partiendo del cero: hacia adelante (+4) o en reversa (−4), sin voltear. Supongamos que cada paso tiene 2 unidades. Se presentan dos posibilidades: si caminas mirando hacia la derecha, con cada paso avanzas (+2), y si caminas mirando hacia la izquierda, con cada paso avanzas (−2).

Caso 1:
Caminar hacia adelante (+4), mirando a la derecha (+2)



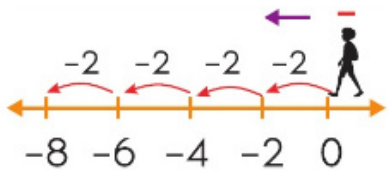
+4(+2) = +8

Caso 2:
Caminar en reversa (−4), mirando a la derecha (+2)



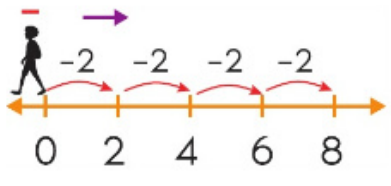
−4×(2) = −8

Caso 3:
Caminar hacia adelante (+4), mirando a la izquierda (−2)



+4×(−2) = −8

Caso 4:
Caminar en reversa (−4), mirando a la izquierda (−2)



−4×(−2) = 8

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

De los ejercicios realizados se deduce que el producto de dos factores del mismo signo es positivo y el producto de dos factores de signos opuestos es negativo.

Como signo de multiplicación se utilizan: ×, · y ( )( ):

• 5×6 = 30 • −5·6 = −30 • (−5)(−6) = 30 • 5(−6) = −30

División de enteros

La división es inversa a la multiplicación, por lo que se aplican las mismas reglas, esto es, el cociente de dos enteros del mismo signo es positivo y el cociente de enteros de signos contrarios, negativo.

• 30÷6 = 5 • −30÷6 = −5 • 30÷(−6) = −5 • −30÷(−6) = 5

Ten en cuenta

Regla de signos para la multiplicación y la división

La regla de signos se aplica exclusivamente en la multiplicación y en la división.

- (+)(+) = + • (+)÷(+) = +
- (+)(−) = − • (+)÷(−) = −
- (−)(+) = − • (−)÷(+) = −
- (−)(−) = + • (−)÷(−) = +

Métodos de reducción de operaciones aditivas

Sin signos colectores

1° De izquierda a derecha:

• $9 - 12 - 3 + 10 = 4$

-3

-6

2° Juntando positivos y negativos:

• $9 - 12 - 3 + 10 = 9 + 10 - 12 - 3$

$= 19 - 15 = 4$

Con signos colectores

1° Efectuando las operaciones entre signos

$$(8 - 12) - (13 - 7) = (-4) - (6) = -10$$

2° Suprimiendo los signos colectores

Cuando un signo está precedido por un signo positivo, todos los términos de su interior salen con su propio signo.

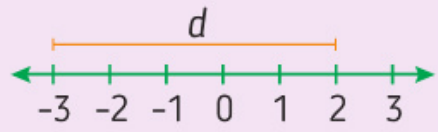
Cuando un signo está precedido por un signo negativo, todos los términos de su interior salen con signo cambiado.

$$(8 - 12) - (13 - 7) = \overbrace{8 - 12 - 13 + 7}^{-25} = \underbrace{15 - 25}_{15} = -10$$

Ten en cuenta

Distancia entre dos puntos de la recta

La distancia entre dos puntos es igual a la diferencia del mayor menos el menor o el valor absoluto de la diferencia.



$d = 2 - (-3) = 2 + 3 = 5$ ó

$d = |-3 - 2| = |-5| = 5$

Signos colectores o de agrupación

Son signos usados para indicar el orden en que se deben efectuar las operaciones. Estos son:

- Paréntesis: ( )
- Corchetes: [ ]
- Llaves: { }

Ejemplo 1

¿Cuál de los resultados es mayor?

• $A = -(-3 + (4 - (-5(-1) - 2) - 3) - 4)$

• $B = -(7 - (6 - (5 - (4 - 3) - 6) - 7) - 8)$

Resolviendo:

• $A = -(-3 + (4 - (5 - 2) - 3) - 4)$

$A = -(-3 + (4 - 3 - 3) - 4)$

$A = -(-3 - 2 - 4) = -(-9) \Rightarrow A = 9$

• $B = -(7 - (6 - (5 - 4 + 3 - 6) - 7) - 8)$

$B = -(7 - (6 - 5 + 4 - 3 + 6 - 7) - 8)$

$B = -(7 - 6 + 5 - 4 + 3 - 6 + 7 - 8)$

$B = -7 + 6 - 5 + 4 - 3 + 6 - 7 + 8 \Rightarrow B = 2$

$\therefore A > B$

Ejemplo 2

El resultado de $-(-(-(-(-7) - 7) - 7) - 7)$ es:

Resolviendo:

$$-(-(\underbrace{-(-(-7) - 7)}_{0} - 7) - 7) = \underbrace{-(-(-7) - 7)}_{0} = 0$$

Nivel básico

1 Sean:

A = Suma de los enteros comprendidos entere −13 y 10.

B = Producto de los enteros comprendidos entre −6 y cero.

Entonces: A) A = B B) A < B C) A > B

2 ¿Cuál de las distancias es menor?

a) Entre −7 y −1 b) Entre −2 y 9

c) Entre −3 y − 8

3 **Efectúa** las siguientes operaciones:

A = −(−(−(−(−3) − 3) − 3) − 3) − 3)

B = −(4 − (4 − (4 − (4 − 3) − 3) − 3) − 3)

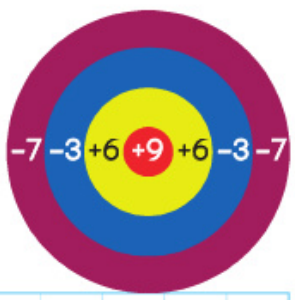
4 ¿Quién se encuentra a mayor profundidad?

Antón: se sumergió 15 m, luego emergió 8 m y volvió a sumergirse 12 m.

Tadeo: se sumergió 20 m, luego emergió 16 m y volvió a sumergirse 14 m.

Erick: se sumergió 17 m, luego emergió 9 m y volvió a sumergirse 15 m.

5 Eva juega tiro al blanco en esta diana. Un tiro cayó en el rojo, 2 en el amarillo, 3 en el azul y 4 en el guinda. ¿Cuál es su puntaje?



Nivel intermedio

6 Samuel está en el punto −13 y Manuel, en el punto 9 de la recta numérica. Si ambos caminan la misma distancia hasta encontrarse, ¿en qué punto se encuentran?

7 De las afirmaciones:

I. La suma de dos enteros siempre es mayor que cualquiera de los enteros.

II. El producto de dos enteros siempre es mayor que la suma.

III. El producto de dos enteros siempre es mayor que el cociente.

8 Sean: A = 2 + 2 + 2 + ... (10 sumandos) y

B = A + A + A + A + ... (A sumandos),

entonces el valor de B es:

9 A = 1(− 2) + 3(− 4) + 5(−6) + ... + 19(−20)

Respecto a A:

I. −A es positivo

II. −|A| es negativo

III. A×A es negativo

10 ¿Cuál de los resultados es mayor?

a) 7 − 7 + 7 − 7 + 7 − ... (20 sumandos)

b) 3 − 3 + 3 − 3 + 3 − ... (33 sumandos)

c) − 4 + 4 − 4 + 4 − ... (44 sumandos)

Nivel avanzado

11 ¿Cuál de los resultados da un valor positivo?

A = (−2)(3)(−4)(5)(−6) ... (−60)

B = (1)(−2)(3)(−4)(5)(−6) ... (77)

12 A = 1 − 2 + 3 − 4 + ... − 24

B = −1 + 2 − 3 + 4... + 24

Respecto al resultado de A y B:

I. A es positivo

II. A y B son positivos

III. A > B

13 ¿Cuál de los resultados da un valor positivo?

A = (−2)(4)(−6)(8) ... (100)

B = (1)(−3)(5)(−7) ... (−99)

14 Siendo A entero, el resultado de:

A − A×A + A×A×A − A×A×A×A

I. Es positivo si A es negativo

II. Es negativo si A es positivo

III. Siempre es negativo

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

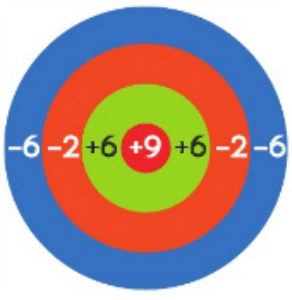
Tarea

1 **Efectúa** las siguientes operaciones:

A = −(5 − (7 − (−(−9) − 4) − 9) − 2)

B = −(−4 − (−4 − (−4 − (−4) − 1) − 1) − 1)

2 Tienes solo dos flechas. Uno debe dar en un sector positivo y otro en un sector negativo. **Elabora** la lista de los posibles puntajes que puedes obtener.



3 **Efectúa** las siguientes operaciones:

A = −(−(−(−(−1) − 2) − 3) − 4)

B = −(1 − (2 − (3 − (4 − 5) − 6) − 7) − 8)

4 ¿Cuál de los resultados es positivo?

A = (−2)(3)(−4)(5)(−6) ... (−66)

B = (1)(−2)(3)(−4)(5)(−6) ... (77)

GENIO MATIC

Operaciones con enteros

Operaciones combinadas

Cuando intervienen varias operaciones, el problema radica en determinar el orden en que se las debe efectuar. El orden está determinado por la naturaleza de las mismas operaciones o por signos de agrupación.

VIDEO DE TEORÍA

1. Operaciones del mismo orden de prioridad

Operamos de izquierda a derecha:

- $5 - 8 - 2 + 4 = -1$

  -3 ; -5

- $-5\times8\div10\times(-7) = 28$

  -40 ; -4

2. Operaciones de distinto orden de prioridad

Operamos según el orden de prioridad:

- $7 + \underbrace{6\times3}_{18} - \underbrace{12\div2}_{6} = 19$

  25

- $15\div5(-2) - \underbrace{8\times3}_{-24} + \underbrace{12\div2}_{6} = -24$

  3 ; -6 ; -30

3. Operaciones con signos de agrupación

Se operan primero las operaciones entre signos de agrupación. También se puede suprimir siguiendo las reglas de supresión de signos colectores. Pero generalmente se combinan ambos procedimientos.

- $7 + 6(2 - 7) - (-15)\div(8 - 3) - (3 - 7)$

  $= 7 + 6(-5) + 15\div(5) - 3 + 7 = 7 - 30 + \cancel{3} - \cancel{3} + 7 = -16$

Ten en cuenta

Orden de prioridad en las operaciones combinadas

Cuando no hay signos colectores o de agrupación, las operaciones se efectúan de izquierda a derecha si son del mismo orden de prioridad, si son de diferente orden de prioridad, en el orden siguiente:

1° Multiplicación y división.

2° Adición y sustracción.

Ejemplo 1

Resuelve:

$J = 17 - (8 - 2\times3) - \{7 - 2\times3\}$

Resolviendo:

Eliminado los signos colectores y desarrollando.

$J = 17 - (8 - 2\times3) - \{7 - 2\times3\}$

$J = 17 - 8 + \underbrace{2\times3}_{6} - 7 + \underbrace{2\times3}_{6}$

$J = 17 - 8 + 6 - 7 + 6$

$J = 14$

Ejemplo 2

Determina el resultado de:

$A = [2 + 3\times(2 + 3\times(2 + 3)) - 1]\times3$

Resolviendo:

$A = [2 + 3\times(2 + 3\times(2 + 3)) - 1]\times3$

$A = [2 + 3\times(2 + 3\times5) - 1]\times3$

$A = [2 + 3\times17 - 1]\times3$

$A = [2 + 51 - 1]\times3$

$A = 156$

Ejemplo 3

Halla el resultado de:

$M = (-18)\div2 + (-2)(-3) + (4 + 8)$

Resolviendo:

$M = \underbrace{(-18)\div2}_{-9} + \underbrace{(-2)(-3)}_{6} + \underbrace{(4 + 8)}_{12}$

$M = \underbrace{(-9) + 6}_{-3} + 12$

$M = \underbrace{(-3) + 12}_{9}$

$M = 9$

Ejemplo 4

Efectúa: $A = -5[1 - 2(-3)] + (-10)\div 2$

Resolviendo:

$$A = -5[1 - \underbrace{2(-3)}_{6}] + \underbrace{(-10)\div 2}_{-5}$$

$$A = -5\underbrace{(1 + 6)}_{7} + (-5)$$

$$A = \underbrace{-5\times 7}_{-35} + (-5) = -35 + (-5) \Rightarrow A = -40$$

Ejemplo 5

Si $M = 7\times[4\times(3 - 8) - 5\times(8 - 5)]\div 5$, **halla** el valor de: $J = M + M + M + \ldots$ "20 veces".

Resolviendo:

$M = 7\times[4\times(3 - 8) - 5\times(8 - 5)]\div 5$

$M = 7\times[4\times(-5) - 5\times 3]\div 5$

$M = 7\times[-20 - 15]\div 5$

$M = 7\times(-35)\div 5 = -245\div 5 \Rightarrow M = -49$

Luego: $J = M + M + M + \ldots$ "20 veces"

$J = (-49) + (-49) + (-49) + \ldots$ 20 veces

$J = -49\times 20 = -980$

Nivel básico

1 Si $A = 5\times(-1) + (-3) - (-2)$

$B = [4 - (-6)]+2 - [3 - (6 - 4)]$

Se puede afirmar que:

I) $A = B$ II) $A > B$ III) $A < B$

2 Dados: $A = -3\times 2 - \{5\times(-2) + 3\} - [-12\div(-2)]$

$B = 15 - (2\times 2 - 4\times 2) + (2 - 1) - 2\times 2$

¿Cuál de los resultados es mayor que 10?

3 ¿Cuál de los resultados es mayor?

$A = [-(-3 + 21\div(-7)) - |-6 + 5\times 2| + 3] - 2\cdot 8$

$B = 2 - [-(3 + 2) - 8\div 4 - |6 - 5\times 2| - 8]$

4 ¿Cuál de las siguientes operaciones tiene el mismo resultado que $5 - (-2)4 - 8$?

a) $2 - 6\times 10\div 4 + 10$ b) $-3(-4) - 4\times 5 + 8$

c) $-3(7 - 3) - (7 - 2)(-3) + 2$

5 En los recuadros **escribe** el signo <, > o igual, según corresponda:

a) $5 + 6\times 3$ ☐ $6 + 7\times 8$

b) $4(-6) + 3$ ☐ $-4\times 5 + 8$

c) $6 - 3\times 6$ ☐ $(6 - 2)(-3) + 7$

Nivel intermedio

6 ¿Cuáles de las siguientes operaciones dan un resultado mayor que $12 - 4\times 6$?

a) $2 + 6\times 3 - 6 + 7\times 8$

b) $-3(-6) + 3 - 4\times 5 + 8$

c) $5 - 3(6 - 9) + (6 - 2)(-3) + 7$

7 **Ordena** ascendentemente los resultados de:

a) $3 - (2 - 7)3 + (6 - 2)(-3) + 7$

b) $4 + [-2(5\times2 - 6) + 7\times8] - 1$

c) $-1(1 - 6)2 + [-(3 - 4\times5) + 8]$

8 **Escribe** todas las maneras en que se pueden ubicar signos negativos en (5)(5)(5) pero sin alterar el resultado.

9 **Califica** las proposiciones como verdadero (V) o falso (F).

I. $(-5)(-5)(5) = (-5)(5)(-5) = (5)(-5)(-5)$

II. $-(5 - 2)4 = -4(5 - 2)$

III. $-72\div12\div(-6) = 72\div(12\times6)$

Nivel avanzado

10 **Califica** las proposiciones como verdadero (V) o falso (F).

I. $(-A)(-B) = A\times B$ II. $A(-B) < A\times B$

III. $-A\times B = A(-B)$

11 **Determina** la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones en el conjunto de enteros:

I. $\forall x, -x \leq 0$ II. $\exists x, x\cdot x < 0$

III. $\forall x, x(-x) < 0$

12 **Efectúa** las siguientes operaciones:

$A = -(-(-(-(-3)2 - 3)2 - 3)2 - 3)2$

$B = -2(4 - 2(4 - 2(4 - 2(- 3) - 3) - 3) - 3)$

Tarea

1 **Halla** el resultado de la siguiente operación combinada:

$$D = 5\times(-3) + 8\div(-2) - 2\times(-3)$$

2 Si $M + N = (-18\div3)\div(-2) - (-3)\times2$

$M = -3\times(8\div2) - 4\times(-2)$,

halla el valor de N.

3 Si: $A = -2 + (-2)(-4) - (4 - 13 + 6) - 4$

$B = -(5 - 3 + 4) + 2 - (-2)(-5) - (-3 + 4 - 7) + 3$

son verdaderos:

I. $A = B$ II. $A < B$ III. $A > B$ IV. $A + B = 0$

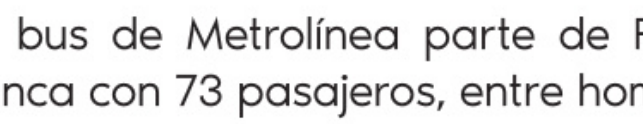
4 **Efectúa** las siguientes operaciones:

$A = -(-1(-2(-3(-1)2 - 2)3 - 3)4 - 4)5$

$B = -2(1 - 2(2 - 3(3 - (-4)2) - 7) - 8)$

Olimpiadas nacionales e internacionales

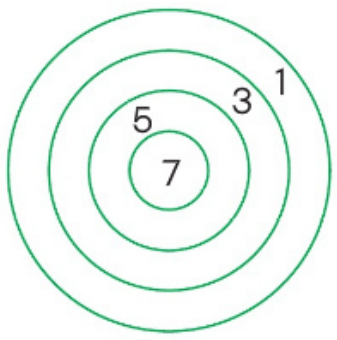
1 En la siguiente sucesión de números naturales, ¿cuál es el número que falta en el círculo?



A) 9 B) 11 C) 15
D) 17 E) 21

2 Leticia lanza cuatro dardos al blanco. Cada uno de los dardos da en el blanco y ninguno de ellos cae sobre alguna de las líneas de división. ¿Cuál de los siguientes resultados puede obtener Leticia si suma el puntaje obtenido al lanzar los cuatro dardos?

A) 19
B) 22
C) 30
D) 25
E) 13



3 Un bus de Metrolínea parte de Floridablanca con 73 pasajeros, entre hombres y mujeres. Para en varias estaciones; cada vez que para, bajan 2 hombres y sube una mujer. Al llegar al final del recorrido hay, en total, 63 pasajeros, siendo el número de mujeres la mitad del número de hombres. ¿Cuántos hombres y mujeres había, respectivamente, en el bus cuando partió de Floridablanca?

A) 62 y 11 B) 42 y 31 C) 60 y 13
D) 49 y 24 E) 52 y 21

4 Un número entero tiene tres dígitos. Cuando multiplicamos estos dígitos obtenemos 135. ¿Qué número obtenemos si sumamos los dígitos?

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

5 Miguel escribe los números del 1 al 22 y entre ellos intercala los signos +, – y × en ese orden. Respecto al resultado se puede asegurar que:

I. Es par II. Es negativo III. Es impar

A) Solo I B) Solo III
C) I y II D) II y III

6 Las sucesiones: 1 , 3 , 6 , 10, ...

400 , 390 , 380 , 370, ...

Tienen igual cantidad de términos y además sus últimos términos son iguales. El penúltimo término de la segunda sucesión es:

A) 222 B) 220
C) 22 D) 250

7 El collar de la figura contiene perlas grises y blancas. Rodrigo va a sacar algunas perlas desde los extremos. ¿Cuál es el mínimo número de perlas blancas que debe sacar para quedarse con 5 perlas grises?

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

8 ¿Cuál de las siguientes sucesiones genera la fórmula general $t_n = 3n - 2$?

A) 1; 4; 8; 13; ... B) 4; 7; 10; 13; ...
C) –2; 1; 4; 7; ... D) 1; 4; 7; 10; ...

9 Un semáforo tarda 45 segundos en verde, 4 en amarillo y 30 en rojo, y sigue el orden verde - amarillo - rojo - verde - amarillo - rojo, etc. Si a las 7:00 am cambia de rojo a verde, el color con que estará el semáforo a las 9:30 am es:

A) Rojo B) Amarillo
C) Verde D) Ninguno

10 Relaciona las operaciones con igual resultado :

I. $4 + (-2) + (-1)$ A. $-15 + (+2) + (+13)$

II. $-3 + (-2) + 5$ B. $-1 + (-5) + (-2)$

III. $2 + (-4) + (-6)$ C. $4 + (-5) + (+2)$

11 Un semáforo tarda 41 segundos en verde, 4 en amarillo, y 30 en rojo, sigue el orden verde - amarillo - rojo - verde - amarillo - rojo, etc. Si a las 7:00 am cambia de rojo a verde, el color con que estará el semáforo a las 8 horas es:

12 Elías está endeudado en 250 soles. Realizó un trabajo y le pagaron 80 soles, con 60 de los cuales amortizó su deuda. Hizo un negocio con cuya ganancia pagó su deuda y aún le queda 30 soles. ¿Cuánto ganó en el negocio?

13 Efraín escribe los números pares con los signos alternados así como se muestra:

$$2; -4; 6; -8; \ldots$$

a) ¿Qué signo lleva el número 388?

b) Para llegar al número 1000, ¿cuántas veces tendrá que escribir el sigo menos?

14 Distribuye los signos +; −; × y ÷ entre los siguientes números, de modo que el resultado sea entero y el mayor posible. No se permite usar signos colectores.

3 ☐ 4 ☐ 6 ☐ 8 ☐ 9

15 Edgar se prestó 200 soles y con 150 soles más de su ahorro compró un artefacto, el cual lo vendió ganando la mitad de su inversión. ¿Cuánto le queda luego de pagar su deuda?

16 Tomás va hacia el norte al encuentro de su hijo Tomasito. Se detuvo en el camino para descansar, luego continuó caminando 80 m y se percató de que había olvidado su celular en el punto de descanso por lo que tuvo que volver. Si luego de recorrer 35 metros hacia el punto de descanso se encuentra a 100 m del punto de partida, ¿cuál es la distancia del punto de partida al punto de descanso?

17 Lee lo que dice y escribe el número que corresponde:

- Tres unidades a la izquierda de 1 ☐
- Cuatro unidades a la derecha de −3 ☐

18 Unos buscadores de tesoro ubicaron un barco pirata hundido a 60 metros de profundidad. Los buzos solo pueden llegar hasta 30 metros de profundidad. Cuando un buzo estaba a 8 metros de alcanzar la profundidad límite divisa un tiburón e inmediatamente comienza a ascender a la superficie y cuando ha ascendido 18 metros es atacado por el tiburón. ¿A qué distancia del barco hundido es atacado?

19 Una comisaría está ubicada en el kilómetro 150 de la Panamericana Sur. Un auto sospechoso pasa por la comisaría con dirección al Norte e inmediatamente un patrullero comienza la persecución logrando alcanzarlo en el kilómetro 123, pero en ese momento el auto hace una maniobra y comienza la huida con dirección al Sur. Finalmente, con ayuda de otros patrulleros, logran capturar al conductor del auto a 24 kilómetros al Sur de la comisaría.

a) ¿En qué kilómetro lo alcanzó por primera vez?

b) ¿En qué kilómetro lo capturaron?

c) ¿Cuántos kilómetros en total recorrió el auto?

20 Aquí se muestran las pirámides numéricas:

		3	3
	3	3 3	3 3 3
3	3 3	3 3 3	3 3 3 3 ...
fig(1)	fig(2)	fig(3)	fig(4) ...

Halla la suma de todos los números de la pirámide (10) .

Autoevaluación

1 Un heladero congela los helados hasta los 15 grados bajo cero. Los saca del congelador para llevarlo a vender y en su carreta la temperatura del helado empieza a subir a razón de 4 grados por hora. ¿A qué temperatura estará a las 5 horas?

2 Completa el cuadrado mágico con los números enteros. La suma de los números de las filas, columnas y diagonales debe ser la misma.

	1	
3		-5

3 Pitágoras nació el año 585 a.C. y murió 170 años antes del nacimiento de Euclides, quien murió a los 60 años en el año 265 a. C. ¿En qué año y a qué edad murió Pitágoras?

4 Elvira tenía una deuda de 150 soles. Hizo un negocio y con la ganancia del negocio y un préstamo de 60 soles de otra persona pagó su deuda anterior y aún le quedó 50 soles. ¿Cuál fue la ganancia del negocio?

5 Usando una sola vez los signos +; −, × y ÷ y los signos colectores, obtén el mayor resultado posible con los números 2; 3; 5; 6 y 9. No vale repetir los números.

6 Un alpinista asciende 150 m, luego desciende 35 m, vuelve a ascender 70 m y de alli vuelve al campamento de donde partió. ¿Hasta cuántos metros ascendió?

Operaciones con enteros

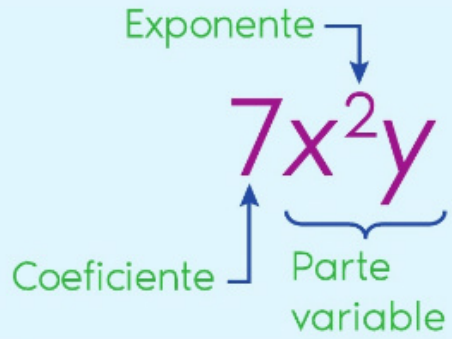
Término algebraico

Si representamos con x el peso de las manzanas verdes y el de las manzanas rojas con y, entonces el peso total de las manzanas es: $x + x + x + x + y + y = 4x + 2y$.

El Álgebra utiliza letras para operar con los números en forma general, o sea, letras que representan números.

VIDEO DE TEORÍA

Un término algebraico es una o varias letras que representan números. Cuando son dos o más letras, éstas deben estar unidas por la multiplicación. Además, las letras pueden llevar exponentes y un factor numérico (coeficiente).



Son términos algebraicos: x, $5x$, $-2x$, $8y$, xy^2, $-240xy$, etc.

Términos semejantes

En Aritmética al sumar $4 + 5$ resulta un solo número: $4 + 5 = 9$.

En Álgebra, la suma $x + y$ no se puede juntar una sola letra. Solo se juntan letras iguales. En general, solo se juntan términos semejantes.

Dos términos son semejantes si tienen las mismas variables, respectivamente con los mismos exponentes. Los coeficientes pueden ser diferentes.

Son semejantes

- x con x
- $2x$ con $3x$
- $4x^2$ con $-3x^2$
- $2xy$ con $7yx$
- $-9x^2y$ con $8yx^2$

No son semejantes

- x con y
- $3x$ con $3y$
- $4x$ con $4x^2$
- $2x^2$ con $7y^2$
- $8xy^2$ con $8yx^2$

Reducción de términos semejantes

En Aritmética se opera con números, en álgebra se opera con términos algebraicos. Solo los términos semejantes se pueden juntar sumando.

Identificados los términos semejantes, estos se agrupan y se opera con los coeficientes de izquierda a derecha, como si fueran números enteros, y se escribe la misma parte literal.

Con una variable:

- $x + x + x = 3x$
- $y + y + y + y = 4y$
- $x^2 + x^2 + x^2 = 3x^2$
- $6y + 2y - 5y + y = 4y$

Ten en cuenta

Variable

La variable es una letra que representa un número.

Es como el nombre de las personas.

Partes del término algebraico

- Coeficiente (parte constante). Puede ser positivo o negativo.
- Parte variable
  - Variables
  - Exponentes de las variables

Simplificación

La simplificación reduce sustancialmente el número de pasos en las operaciones.

En la reducción de términos semejantes, la simplificación consiste básicamente en eliminar términos semejantes con coeficientes opuestos.

- $\cancel{4x} + 2y - \cancel{4x} = 2y$
- $5x - \cancel{2y} - 4x + \cancel{2y} = x$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Con dos variables sin signos de agrupación:

- $3x + 6y - 7x - 2y + x = \underbrace{3x - 7x + x}_{-3x} + \underbrace{6y - 2y}_{4y} = -3x + 4y$

- $7x - 2y^2 - 5y^2 - 2x + y^2 = \underbrace{7x - 2x}_{5x} \underbrace{- 2y^2 - 5y^2 + y^2}_{-6y^2} = 5x - 6y^2$

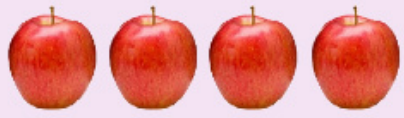
Con dos variables y con signos de agrupación:

- $5x - [9y - (7x - 3y) + x] = 5x - [9y - 7x + 3y + x]$
  $= 5x - 9y + 7x - 3y - x = 11x - 12y$

- $3a - [-(5b - 3a + 3b) - 2a] = 3a - [-5b + 3a - 3b - 2a]$
  $= 3a + 5b - 3a + 3b + 2a$
  $= 8b + 2a$

Ten en cuenta

Variable, nombre y símbolo de unidad de medida



En $4m$, m no representa manzanas, representa el peso o algún dato numérico de las manzanas.

En 4 m, m representa metros, no es variable, por eso se escribe separado un espacio del número.

Ejemplo 1

Si $A = 6x + 3x - (x + 2x)$
$B = 10x - (4x + x) + 2x$,

halla el valor de $T = A + B$.

Resolviendo:

$A = 6x + 3x - 3x$
$A = 9x - 3x \Rightarrow A = 6x$

$B = 10x - 5x + 2x$
$B = 5x + 2x \Rightarrow B = 7x$

Luego: $T = A + B$
$T = 6x + 7x \Rightarrow T = 13x$

Ejemplo 2

Al reducir: $2x + 5y + 3x - 2y$ resulta $Ax + By$. **Halla** el valor de $P = 2A + 3B$.

Resolviendo:

$2x + 3x + 5y - 2y$

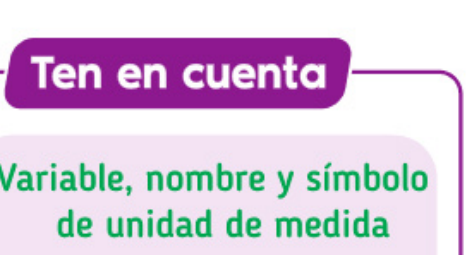
$= 5x + 3y \equiv Ax + By$

$\Rightarrow A = 5 \wedge B = 3$

$\therefore P = 2 \cdot 5 + 3 \cdot 3$
$= 10 + 9 = 19$

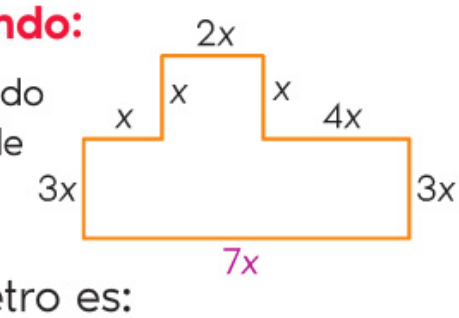
Ejemplo 3

Halla el perímetro de la figura:



Resolviendo:

Completando los lados de la figura:



El perímetro es:

$= 3x + x + x + 2x + x + 4x + 3x + 7x = 22x$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Nivel básico

1 Si los términos: $(a + 3)x^{a+1}y^{b+2}$; $(a + b)x^5y^7$ son semejantes, **determina** la suma de los coeficientes.

2 Si: $A = x + 4x + 3x$
$B = 4x - (7x - 5x)$
$C = 3x + (5x - 2x)$,

halla el valor de: $A + B - C$.

3 Si: $P = 3x + 5x + 8x - 2x$
$Q = 8x + P - 3x$,

halla el valor de $T = P + Q$.

4 Si: $P = 13x - (10x - 7x) + 3x$
$Q = P - (10x - 9x) + P - 3x$,

halla el valor de $P + Q$.

5 **Reduzca** la expresión:

$H = 18xy - (14xy - 10xy) + 3xy$

Nivel intermedio

6 Si los términos $(a - 1)x^{2a+1}y^{b-1}$ y $(b - 1)x^{b+2}y^{4}$ son semejantes, **halla** la suma de sus coeficientes.

7 Sean: $P = x + 2x + 3x + 4x + 5x + Ax$
$Q = 5x + 6x - 8x$

Si además $P + Q = 20x$, **determina** el valor de A.

8 Sean:
$P = 2x + 3x + 5x + Ax$
$Q = 8x - \{5x - 3x\} + Bx$

Si además $P + Q = 30x$, **determina** el valor de la expresión: $K = A + B$.

9 Si: $P = 9x - (7x - 3x - 2x)$
$Q = 7x - \{8x - (6x - x)\}$,

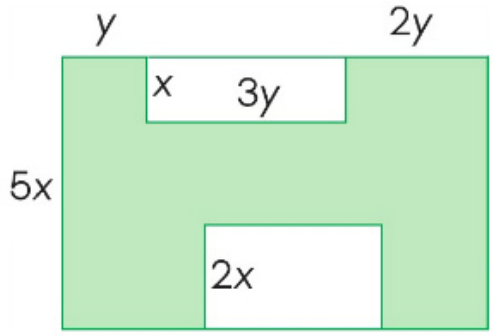
halla el valor de $M = P + Q$.

10 Si: $A = 3x + (2x - x)$ $\quad C = A + B - 2x$
$B = A + x$,

halla el valor de $P = A + B + C$.

Nivel avanzado

11 **Calcula** el perímetro de la figura.



12 Para entrar a un museo, los niños pagan x soles y los adultos y soles. En la mañana entraron 80 niños y 120 adultos y en la tarde, 115 niños y 180 adultos. ¿Cuál fue la recaudación del día?

13 Mariela distribuye panetones en caja a x soles y los de bolsa en y soles. Un día vendió en la tienda A 12 panetones en caja y 13 en bolsa; en la tienda B, le devolvieron 9 panetones en caja y 15 en bolsa y en la tienda C, vendió 28 panetones en caja pero le devolvieron 12 en bolsa. ¿Cuál fue su venta del día?

14 En el almacén de una tienda hay 2 tipos de losetas cuadradas: las de tipo A, con x cm de lado y las de tipo B, con y cm de lado.

¿Cuántos centímetros cuadrados forman 500 losetas de tipo A y 800 de tipo B?

Tarea

1 Si los términos:

$$(3a - 6)x^{2a+1}y^{b-1};\ (b + 1)x^7y^3$$

son semejantes, **halla** la suma de sus coeficientes.

2 Sean: $P = 10x - 3x + Ax$

$Q = 6x - (5x - 2x)$ y

además $P + Q = 18x$. **Determina** el valor de A.

3 Si: $P = x + 3x + 5x - 4x$

$Q = 2x + 3x - (3x - 2x)$,

halla el valor de $F = P - Q$.

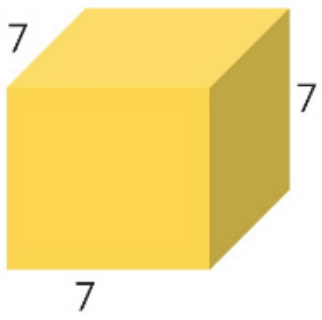
4 Si: $P = 12ab - (18ab - 13ab)$

$Q = ab + 2ab + 3ab$,

halla el valor de $K = (P + Q) - (P - Q)$.

Reducción de términos semejantes

Potenciación
Leyes de exponentes



El volumen de este cubo se obtiene multiplicando la longitud de sus tres dimensiones: $7\times7\times7$, que también se expresa como 7^3, donde 7 es la base y 3, el exponente.

En Álgebra, para realizar operaciones donde intervienen exponentes, se definen 4 reglas conocidas como **leyes de exponentes.** Estas reglas son:

VIDEO DE TEORÍA

1. Exponente natural

Es un número entero positivo que indica el número de veces que se repite como factor la variable llamada base.

Exponente natural

$$x^n = \underbrace{x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot \ldots \cdot x\cdot x}_{n \text{ factores}}$$

Base

$n \in \mathbb{N}, \forall x$

- $x^2 = x\cdot x$ Se lee "x al cuadrado"
- $x^3 = x\cdot x\cdot x$ Se lee "x al cubo"
- $x^4 = x\cdot x\cdot x\cdot x$ Se lee "x a la cuarta"
- $x^5 = x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x$ Se lee "x a la quinta"

Recíprocamente:

$x\cdot x\cdot x = x^3$

$x\cdot x\cdot x\cdot x = x^4$

$x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x = x^5$

2. Exponente cero

Cualquier número diferente de cero elevado a un exponente cero es 1.

$x^0 = 1 \quad \forall x \neq 0$

- $2348^0 = 1$
- $(xy)^0 = 1$
- $(x + y)^0 = 1$

3. Exponente negativo

El exponente negativo indica que la base se debe invertir.

$x^{-n} = \frac{1}{x^n} \quad \forall x \neq 0$

- $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$
- $x^{-3} = \frac{1}{x^3}$
- $(xy)^{-5} = \frac{1}{(xy)^5}$

4. Exponente fraccionario

El exponente fraccionario representa la radicación:

$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$

- $7^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{7^3}$
- $x^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{x^4}$
- $\sqrt[3]{9^5} = 9^{\frac{5}{3}}$
- $\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}$

Ten en cuenta

Teoremas

Los teoremas son reglas que se deducen de las reglas primarias (axiomas) o de otros teoremas.

1. Multiplicación de potencias de bases iguales

- $x^2\cdot x^3 = x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x = x^5$ (2+3)
- $x^4\cdot x^2 = x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x = x^6$ (4+2)

En general: $x^n\cdot x^m = x^{n+m}$

2. División de potencias de bases iguales

$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ $\quad \frac{1}{x^m} = x^{-m}$

$\frac{x^n}{x^m} = x^n\cdot x^{-m}$

$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$

En general: $\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$

3. Potencia de una multiplicación

- $(xy)^2 = xy\cdot xy = x\cdot x\cdot y\cdot y = x^2y^2$
- $(xy)^3 = xy\cdot xy\cdot xy = x\cdot x\cdot x\cdot y\cdot y\cdot y = x^3y^3$

En general: $(xy)^n = x^n\cdot y^n$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Potenciación

En la adición: $x + x + x + x + x = 5x$

En la multiplicación: $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = x^5$

La potenciación consiste en multiplicar un número llamado **base** por sí mismo, tantas veces como indica otro número llamado **exponente.** Su regla operativa es la que se ha definido como exponente natural.

- $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$
- $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

Ejemplo 1

Simplifica: $T = \dfrac{a^9 \times a^{12} \times a^8}{a^{18} \times (a^2)^3}$

Resolviendo:

$$T = \frac{a^{9+12+8}}{a^{18} \times a^6} = \frac{a^{9+12+8}}{a^{18+6}}$$

$$T = \frac{a^{29}}{a^{24}} = a^{29-24} = a^5$$

$$\Rightarrow T = \boxed{a^5}$$

Ejemplo 2

Reduce: $J = \dfrac{(a^2)^4 \times a^7}{(a^2)^7} + \dfrac{(ab)^{16}}{a^{15} \times (b^2)^8}$

Resolviendo:

$$J = \frac{a^{2\times4} \times a^7}{a^{2\times7}} + \frac{a^{16} \times b^{16}}{a^{15} \times b^{2\times8}}$$

$$J = \frac{a^8 \times a^7}{a^{14}} + \frac{a^{16} \times \cancel{b^{16}}}{a^{15} \times \cancel{b^{16}}}$$

$$J = \frac{a^{15}}{a^{14}} + \frac{a^{16}}{a^{15}} = a^1 + a^1 \Rightarrow J = a + a = \boxed{2a}$$

Ejemplo 3

Calcula AB si:

$$A = \underbrace{a^3 \times a^3 \times \ldots \times a^3}_{20 \text{ veces}}$$

$$B = \underbrace{(a^2)^2 \times (a^2)^2 \times \ldots \times (a^2)^2}_{10 \text{ veces}}$$

Resolviendo:

$$A = \underbrace{a^3 \times a^3 \times \ldots \times a^3}_{20 \text{ veces}} = (a^3)^{20} = a^{60}$$

$$B = \underbrace{(a^2)^2 \times (a^2)^2 \times \ldots \times (a^2)^2}_{10 \text{ veces}} = \{(a^2)^2\}^{10}$$

$$B = a^{2x2x10} = a^{40}$$

$$\therefore AB = a^{60} \times a^{40} = a^{60+40} = \boxed{a^{100}}$$

4. Potencia de una división

$$\left(\frac{x}{y}\right)^3 = \frac{x}{y}.\frac{x}{y}.\frac{x}{y} = \frac{x \cdot x \cdot x}{y \cdot y \cdot y} \Rightarrow \left(\frac{x}{y}\right)^3 = \frac{x^3}{y^3}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^4 = \frac{a}{b}.\frac{a}{b}.\frac{a}{b}.\frac{a}{b} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a}{b \cdot b \cdot b \cdot b} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^4 = \frac{a^4}{b^4}$$

En general: $\left(\dfrac{x}{y}\right)^n = \dfrac{x^n}{y^n}$

Inversa de un número

- La inversa de 5 es $\frac{1}{5}$
- La inversa de x es $\frac{1}{x}$
- La inversa de $\frac{1}{7}$ es 7

5. Potencia de una potencia

- $(x^2)^3 = x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 = x^{2+2+2} = x^6$ (3·2)
- $(y^5)^4 = x^5 \cdot x^5 \cdot x^5 \cdot x^5$
  $= x^{5+5+5+5} = x^{20}$ (4·5)

En general: $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$

Comprueba estas reglas

- $(x^a)^b = (x^b)^a$
- $(x^a)^{-b} = (x^{-a})^b$
- $(x^a y^b)^n = x^{an} y^{bn}$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Nivel básico

1 **Relaciona** con su equivalente:

a) $x^4 \cdot x^6$ 1. $x^6 \cdot x^7$

b) $x^5 \cdot x^8$ 2. $x \cdot x^8$

a) $x^2 \cdot x^7$ 3. $x^5 \cdot x^5$

2 **Relaciona** con su equivalente:

a) $\dfrac{x^7}{x^3}$ 1. $\dfrac{x^4}{x^2}$

b) $\dfrac{x^9}{x^7}$ 2. $\dfrac{x^{10}}{x^6}$

a) $\dfrac{x^6}{x^8}$ 3. $\dfrac{x}{x^3}$

3 **Simplifica:** $\dfrac{5^6 \times 5^{12} \times 5^7}{5^{17} \times (5^2)^3}$

Genio Matic

4 **Reduce:** $J = \dfrac{10^8 \times 10^6}{100^7} + \dfrac{6^{15}}{2^{14} \times 3^{13}}$

5 Luego de reducir:

$A = \underbrace{7^3 \times 7^3 \times \ldots \times 7^3}_{30 \text{ veces}}$ y $B = \underbrace{49^2 \times 49^2 \times \ldots \times 49^2}_{20 \text{ veces}}$

calcula AB.

Nivel intermedio

6 **Simplifica:** $M = [(2^3)^4]^5 + (4^0 - 2)^{2010} + 2010^0$

7 **Simplifica:** $C = \dfrac{(a^2)^5}{(a^3)^3} + \dfrac{(a^3)^5}{a^{14}} + \dfrac{(a^2b^2)^{10}}{a^{19}b^{20}}$

8 **Efectúa:** $L = \dfrac{\overbrace{ab \times ab \times \ldots \times ab}^{30 \text{ veces}}}{a^{28} \times b^{30}} + 4\dfrac{(a^3)^6}{a^{16}}$

9 **Reduce:** $G = \left(\dfrac{a^5 \times a^{16}}{(a^2)^{10}}\right)^3 \times \dfrac{a^{30}}{a^6} \times [a^3]^4$

10 **Simplifica:** $E = \dfrac{(ab)^{19} \times (bc)^{16} \times (ac)^{22}}{(ac)^{20} \times (bc)^{15} \times (ab)^{17}}$

Nivel avanzado

11 **Reduce:** $R = \dfrac{a^7 \times a^{15} + a^{15} - (a^3)^5}{\underbrace{a^2 \times a^2 \times a^2 \times \ldots \times a^2}_{10 \text{ veces}}}$

12 **Reduce:** $L = \dfrac{\overbrace{a \times a \times \ldots \times a}^{22 \text{ veces}} \times \overbrace{ab \times ab \times \ldots \times ab}^{28 \text{ veces}}}{a^{48} \times \underbrace{b^2 \times b^2 \times \ldots \times b^2}_{14 \text{ veces}}}$

13 **Simplifica:** $V = [(a^3)^4]^5 + (a^0 - 2)^{2010} - a^{60}$

14 **Simplifica:** $M = \dfrac{(ab)^2 \times [a^2 \times b^2]^4 \times ((ab)^3)^3}{(ab)^{18}}$

Tarea

1 **Halla** el valor de:

$$Q = \frac{a^{12} \times b^{10}}{a^5 \times a^7 \times (b^2)^5} + (a^3 b)^0$$

2 **Reduce:** $E = \dfrac{(ab^4)^5}{a^3 \times b^{20}} + \dfrac{a^{12} \times a^8}{(a^6)^3}$

3 Siendo: $P = \underbrace{(a^2)^3 \times (a^2)^3 \times \ldots \times (a^2)^3}_{30 \text{ veces}}$,

halla el valor de: $Q = \dfrac{P^2 -}{[(a^6 \times a^4)^{18}]^2}$

4 **Simplifica:** $N = \dfrac{(a^8 \div a^3)^6 \times a^7}{(a^{27} \div 3^{24})^{12}}$

Reducción de términos semejantes

Radicación

Gustavo quiere hacer una mesa de 1,44 m^2 de superficie útil. Por consiguiente, cada lado de la mesa debe tener una longitud cuyo cuadrado debe resultar 1,44 m^2.

El modo de realizar cálculos de esta naturaleza se denomina radicación. Las reglas operativas de la radicación están definidas por el exponente fraccionario.

VIDEO DE TEORÍA

La radiación es la operación inversa a la potenciación.

Dado un número llamado radicando, consiste en encontrar un número llamado raíz, cuya potencia es igual al radicando.

$$\sqrt[n]{A} = k \Leftrightarrow k^n = A$$

Base · Raíz · Radicando

- $\sqrt[3]{8} = 2$ Se lee "Raíz cúbica de 8 es 2", porque $2^3 = 8$.
- $\sqrt{36} = 6$ Se lee "Raíz cuadrada de 36 es 6", porque $6^2 = 36$.
- $\sqrt[5]{32} = 2$ Se lee "Raíz quinta de 32 es 2", porque $2^5 = 32$.

Teoremas de radicación

Los teoremas de radicación son los mismos que ya hemos visto, con la particularidad de que por tratarse de la radicación los exponentes son fraccionarios.

1. Raíz de una multiplicación

- $\sqrt{ab} = (ab)^{\frac{1}{2}} = (a)^{\frac{1}{2}}(b)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}\sqrt{b}$
- $\sqrt[3]{xy} = (xy)^{\frac{1}{3}} = (x)^{\frac{1}{3}}(y)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x}\ \sqrt[3]{y}$

En general: $\sqrt[n]{xy} = \sqrt[n]{x}\ \sqrt[n]{y}$

2. Raíz de una división

- $\sqrt{\frac{x}{y}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{y^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$
- $\sqrt[3]{\frac{x}{y}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{x^{\frac{1}{3}}}{y^{\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{y}}$

En general: $\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$

3. Raíz de raíz

- $\sqrt{\sqrt[4]{x}} = \left(x^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{x}$ (2·4)
- $\sqrt[3]{\sqrt[4]{x}} = \left(x^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{x}$ (3·4)

En general: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{A}} = \sqrt[nm]{A}$

Ejemplo 1

El resultado de $\sqrt{144 \cdot 81} + \sqrt{\sqrt{16}}$ es:

Resolviendo:

$$\sqrt{144}\ \sqrt{81} + \sqrt[2\times2]{2^4} = 12 \cdot 9 + \sqrt[4]{2^4}$$
$$= 108 + 2 = 110$$

Ten en cuenta

Exponente fraccionario

Recordemos la cuarta regla de las leyes de exponentes:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$$

Raíz cuadrada

Cuando el índice de la radicación es 2 se llama raíz cuadrada, pero no se escribe.

- $\sqrt{16} = 4$
- $\sqrt{81} = 9$

Radicando positivo

$\sqrt{-16} = ??$

Esta operación no se puede realizar porque ningún número elevado al cuadrado da -16.

El cuadrado de ningún número es negativo. El cuadrado de un número siempre es positivo o cero, pero jamás negativo.

Por lo tanto, siempre que el índice sea par, el radicando necesariamente debe ser positivo, en caso contrario no es posible realizar la operación.

$$\sqrt[n]{x} = a \begin{cases} \text{Si } n \text{ es par:} \\ x \geq 0 \wedge a \geq 0 \end{cases}$$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 1

El resultado de $\sqrt{18}\,\sqrt{50} + \sqrt{12}\,\sqrt{48}$ es:

Resolviendo:

Si $\sqrt[n]{xy} = \sqrt[n]{x}\,\sqrt[n]{y} \Rightarrow \sqrt[n]{x}\,\sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$

- $\sqrt{18}\,\sqrt{50} = \sqrt{18 \cdot 50} = \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 25}$

$= \sqrt{4 \cdot 9 \cdot 25} = \sqrt{4}\,\sqrt{9}\,\sqrt{25} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

Ejemplo 2

Reduce la expresión: $E = \sqrt{x^6} + 3\sqrt[3]{x^9} - 6\sqrt[4]{x^{12}}$

Resolviendo:

$E = x^{\frac{6}{2}} + 3x^{\frac{9}{3}} - 6x^{\frac{12}{4}}$

$E = x^3 + 3x^3 - 6x^3 = -2x^3$

Nivel básico

1 **Relaciona** con su equivalente:

a) $\sqrt[n]{xy}$ — 1. $\sqrt[nm]{A}$

b) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{A}}$ — 2. $\sqrt[n]{x}\,\sqrt[n]{y}$

c) $\sqrt[m]{x\sqrt[n]{y}}$ — 3. $\sqrt[m]{x}\,\sqrt[nm]{y}$

2 **Calcula:** $A = \sqrt{5^2 - 3^2} - \sqrt[3]{6^2 - \sqrt{81}}$

3 **Calcula:** $B = \sqrt{5^2 - 4^2} - \sqrt[3]{4^2 - \sqrt{64}}$

4 **Resuelve:** $S = 2\sqrt[3]{8} - 3\sqrt{49} + 5\sqrt{9}$

5 **Resuelve:** $T = 4\sqrt[3]{27} + 2\sqrt{25} - 7\sqrt[9]{1}$

Nivel intermedio

6 **Calcula:** $Q = \sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{-64} + \sqrt[5]{-32}$

7 **Calcula:** $A = \sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{-8} - \sqrt[3]{-125}$

8 Si: $P = \sqrt{49} - \sqrt[5]{-32} + \sqrt[3]{-8}$, **calcula** P^2.

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

9 **Calcula:** $Q = 4\sqrt[3]{-8} + \sqrt[7]{-1} - \sqrt[3]{-20 - 7}$

10 **Calcula:** $S = -5\sqrt[3]{-64} + \sqrt[5]{0} - \sqrt[3]{-20 + 12}$

12 **Simplifica:** $\sqrt[x+5]{2^{40+8x}}\ \sqrt[x-5]{2^{4x-20}}$

13 **Efectúa:** $N = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^{-\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}}$

Nivel avanzado

11 **Calcula:** $A = -\sqrt[3]{-27} + \sqrt[3]{-1} - (-2)^4$

14 **Da** el equivalente de: $A = \sqrt[2x+3]{\frac{225^{2x+4}}{5^{2x+5}.4 + 25^{x+3}}}$

Tarea

1 **Reduce:** $5\sqrt{x^4} + 3\sqrt[4]{x^8} - 7\sqrt[5]{x^{10}}$

2 **Relaciona** con su equivalente:

a) $\sqrt[n]{x\sqrt{y}}$ 1. $\sqrt[n]{x}\ \sqrt[2n]{y}$

b) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{A}}$ 2. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{A}}$

a) $\sqrt[m]{x\sqrt[n]{y}}$ 3. $\sqrt[m]{x}\ \sqrt[nm]{y}$

3 **Reduce:** $2\sqrt{\sqrt{x^4}} - 5\sqrt{\sqrt[4]{x^8}} + \sqrt{\sqrt[5]{x^{10}}}$

4 **Determina** si es verdadero (V) o falso (F) y justifica.

I. $\sqrt[3]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[3]{x}}{y}$ II. $\sqrt[4]{\frac{x}{y}} \times \sqrt[4]{\frac{y}{x}} = 1$

III. $\sqrt[m]{x}\ \sqrt[m]{y} = \sqrt[nm]{xy}$

Reforzando - Unidad 3

1 Joaquín compró 16 chicles a x soles cada uno. ¿Cuánto pagó?

A) $4x$ B) $8x$ C) $16x$ D) $10x$

2 Al escribir $12x^4y^3z$, Federico se olvidó de escribir el exponente de z, pero se acordó de que el término era semejante a $5x^4y^{n+1}z^{2n}$. ¿Cuál es el exponente de z?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8

3 Haz corresponder el término algebraico con su respectivo coeficiente.

a. $12xy^{-2}$ 1. -2

b. $-2x^{15}y$ 2. 15

c. $15x^{12}y$ 3. 12

A) a-1; b-2; c-3
B) a-2; b-1; c-3
C) a-3; b-2; c-1
D) a-3; b-1; c-2

4 ¿Cuál de los siguientes términos no es semejante a $-13x^3y^2$?

A) $-3x^3y^2$ B) $12y^2x^3$ C) x^3y^2
D) $-13x^2y^3$ E) $-6y^2x^3$

5 En una librería, los cuadernos cuestan $3x$ soles, los libros, $4x$ soles y los lapiceros x soles. Si Martín compra 6 cuadernos, 2 libros y 4 lapiceros, ¿cuánto paga?

A) $8x$ B) $28x$ C) $30x$ D) $32x$

6 Mercedes compró 4 helados de x soles y y helados de 7 soles. Expresa el gasto de Mercedes.

A) $11xy$ B) $28xy$
C) $11(x + y)$ D) $4x + 7y$

7 En un terreno rectangular de x metros de largo por y metros de ancho se ha construido 24 m^2. ¿Qué área queda sin construir?

A) $x + y - 24$ B) $xy + 24$
C) $xy - 24$ D) $24xy$

8 Iván se levantó a las 6 de la mañana. Luego de x minutos de alistarse para el colegio, vio que faltaban pocos minutos para las 8. ¿Cuántos minutos faltaban para las 8 en términos de x?

A) $8 - x$ B) $120 + x$
C) $120 - x$ D) $60 - x$

Olimpiadas nacionales e internacionales

9 Everardo compró x paquetes de galletas a 3 soles cada uno. Regaló 2 paquetes a Miguel. Expresa en términos de x el costo de los paquetes que le quedan a Everardo.

A) $3x - 6$ B) $3x - 2$
C) $3x - 4$ D) $(3 - 2)x$

10 En un evento deportivo se presentaron 12 equipos de fútbol cada uno con j jugadores. Después de algunos partidos se fueron retirando del estadio algunos jugadores, de modo que quedaron 80 de ellos. ¿Cuántos se retiraron?

A) $80 - 12j$ B) $12j - 80$
C) $j - 80$ D) $68j$

11 Se ha estimado que un cajón de mangos contiene x unidades y que cada mango pesa un promedio de y gramos. ¿Qué peso en gramos lleva un camión que transporta 80 cajones de mangos?

A) $80xy$ B) $80(x + y)$
C) $80x + 80y$ D) $xy + 80$

12 Mariana compró con 100 soles tantos objetos como soles pagó por cada uno, y le dieron x soles de vuelto. ¿Cuántos soles pagó por cada objeto?

A) $100 - x$ B) $(100 - x)^2$
C) $\sqrt{100 - x}$ D) $\sqrt{x - 100}$

13 Un cubo de x cm de arista pesa 24 gramos. Otro cubo hecho del mismo material que el anterior tiene $3x$ cm de arista. ¿Cuánto pesa en gramos?

A) 72 g B) 216 g C) 648 g D) 648 g

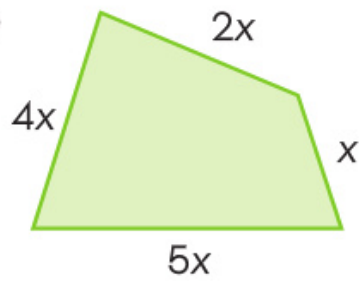
14 ¿Cuál de las siguientes expresiones se reduce a un solo término?

a) $3x^2 + 5x^2 - 2x^2$

b) $3x + 2y - 5x - (x + 2y)$

c) $3x^2y - 2xy^2 + 6x^2y$

15 ¿Cuál es el perímetro de la figura?

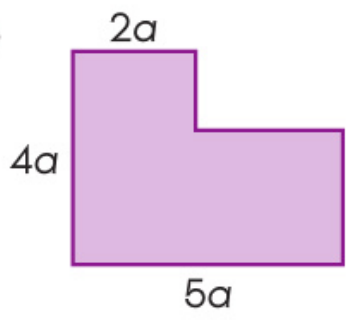


16 La reducción de

$$3x - [2y - 6x - (-y + 7x) - 4y]$$

resulta de la forma $ax + by$. Determina el valor de $a + b$.

17 ¿Cuál es el perímetro de la figura? Todos los ángulos son rectos.



18 ¿Qué valor debe tener n para que la expresión $6x^ny^{n+2}$ sea semejante a $-8x^my^{3n}$?

19 De las siguientes igualdades, identifica las correctas:

a) $2(x + y) = 2xy$

b) $(xy)^2 = xy^2$

c) $(x + y)^2 = x^2 + y^2$

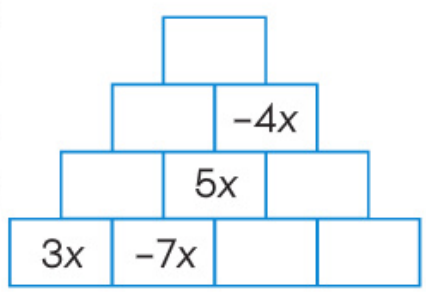
d) $(xy)^2 = x^2y^2$

20 Demuestra la identidad $(xy)^3 = x^3y^3$.

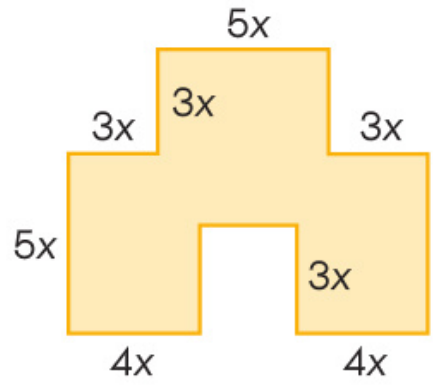
21 Relaciona cada operación con su resultado:

a. $8x - (2x - 5x)$	1. $5x$
b. $8x - (-2x - 5x)$	2. $15x$
c. $8x - (-2x + 5x)$	3. $11x$

22 Cada casillero de la pirámide contiene la suma de los números de los dos casilleros inferiores. Completa.



23 La figura muestra el plano de un terreno. Con las dimensiones que figuran, calcula el área.



24 En una avenida se han plantado n árboles en forma equidistante. La distancia entre dos árboles contiguos es de x metros. ¿Cuál es la distancia entre el primero y el último árbol?

25 Dalmiro compró n reses a x soles cada uno. Vendió cada res a y soles. ¿Cuál fue su ganancia?

26 La suma que tiene Darío es tal que podría repartir entre n personas dando x soles a cada uno, y aún le sobraría 30 soles. Entonces Darío tiene:

27 Para que el término algebraico Ax^ny^m sea semejante a Bx^ay^b, siendo A y B coeficientes, se debe cumplir:

I. $A = B$ II. $n = a$ III. $b = m$

28 En una fábrica donde trabajan n personas, x de ellas ganan 1500 soles y el resto 1200 soles. ¿A cuánto asciende el pago mensual de la planilla?

29 En Puno amanece con $-5x$ grados de temperatura. Al mediodía el termómetro marca $8x$ grados. ¿En cuánto subió la temperatura del ambiente desde el amanecer hasta el mediodía?

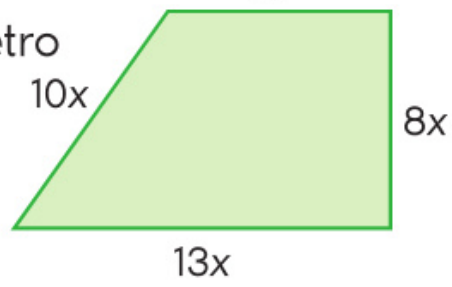
30 En el colegio de Vilma hay $3x + y$ alumnos de quinto grado y $5x - 2y$ en sexto grado. Si en los seis grados de primaria hay un total de $12x + 30y$ alumnos, ¿cuántos hay de primero a cuarto grado?

31 Entre Margot y Lucía tienen $5x$ soles. Si Margot ganara $3x$ soles y Lucía perdiera $2x$ soles, ¿cuánto tendrían entre las dos?

Autoevaluación

1 Eduardo compró x bebidas de 3 soles y 6 bebidas de x soles. Si pagó con $10x$ soles, ¿cuánto le dieron de vuelto?

2 ¿Cuál es el perímetro de la figura?



3 En cada servicio que presta, un taxista cobra 5 soles hasta recorrer un máximo de 2 kilómetros. Por cada kilómetro adicional cobra x soles. ¿Cuánto cobra por un servicio de 15 kilómetros?

4 Una pelota cuesta $12x$ soles. Para la clase de educación física se necesita comprar 15 pelotas. En un evento social se ha logrado reunir $80x$ soles. ¿Cuánto falta para comprar la cantidad requerida de pelotas?

5 Carlos y su esposa Gloria quieren comprar un televisor que cuesta x soles. Para ello Carlos ahorra 12 soles por día y Gloria, 8 soles por día. Al cabo de n días, ¿cuánto les falta para comprar el televisor?

6 El volumen de un cubo es $(2x - 3)$ cm^3. ¿Cuánto mide la arista de este cubo?

Término algebraico

Expresión algebraica

Por fin de año, Gladys fabrica polos amarillos y los distribuye en diferentes tiendas de la ciudad a S/. 10 cada polo.

Cuando deja 4 polos cobra S/. 40, si deja 7, cobra S/. 70, etc. Si el precio de cada polo fuera p, por los 4 cobraría $p \times 4$, por los 7 polos, $p \times 7$, etc.

VIDEO DE TEORÍA

Si representamos con x el números de polos, la expresión del importe es $p \cdot x$, o simplemente px.

En px, ambas letras representan números, pero no ambas son variables. El precio p no varía, es el mismo así se trate de 2 polos o de 50, en cambio el número de polos va variando de tienda en tienda, según cuántos polos va dejando Gladys.

Variable y constante

Las variables son letras que representan cantidades que varían según cada situación, mientras que las constantes representan valores fijos en distintas situaciones.

Por ejemplo el precio de las entradas al teatro es fijo, en cambio el número de asistentes varía en cada función.

Una **expresión algebraica** es una representación de números mediante variables y constantes, donde las variables están relacionadas únicamente con las operaciones de adición, multiplicación, división, potenciación y radicación en un número limitado de veces.

Son expresiones algebraicas: • $-9x^2y + 8yx^2$ • $8yx^2 - 8y + \sqrt[3]{xy}$

No son expresiones algebraicas: • $\text{sen}x + \cos x$ • $\text{Log}xy - \ln y$

Polinomio

Un **polinomio** es una expresión algebraica donde los exponentes de las variables son números enteros positivos.

Son polinomios: • $-3x^2 + 5x^2y$ • $\sqrt{3}y^2 - \frac{3}{5}xy$

No son polinomios: • $\frac{2x}{y} - 5x^2y$ • $-8x + 7\sqrt{xy}$

Notación polinomial

Para diferenciar las variables de las constantes de un polinomio, se utiliza una letra mayúscula para nombrar el polinomio, y entre paréntesis se indica cuáles son sus variables.

$P(x) = ax^2 + bx$

Se lee "P de x"

- Polinomio: P
- Variable: x
- Constantes: a y b

Ten en cuenta

Nombre de los polinomios

De acuerdo al número de términos, los polinomios se nombran como sigue:

Polinomio de un término: monomio

- $P(x) = 3x^2$
- $P(x) = -3x^2 + 4x^2$

Polinomio de dos términos: binomio

- $P(x) = 3x^2 + 4x$
- $P(x) = -5x^3 + 4x^2$

Polinomio de tres términos: trinomio

- $P(x) = 3x^2 + 4x + 5$
- $P(x) = -3x^3 + 4x^2 + x$

Polinomios de 4 o más términos:

- Polinomio de 4 términos.
- Polinomio de 5 términos.

Término independiente

Es el término que no contiene variable.

- $P(x) = 3x^2 + 4x + 5$ (Término independiente)
- $P(x) = ax^2 + bx + c$ (Término independiente)

Grado de un polinomio

Es una característica exclusiva de los polinomios, relacionado con el exponente de sus variables.

Hay dos tipos de grados: **Relativo** y **absoluto.**

Para monomios

El grado relativo es el exponente de cada variable y el grado absoluto es la suma de exponentes.

$P(x, y) = -9x^4y^7$

- Grado relativo respecto a x: $GR(x) = 4$
- Grado relativo respecto a y: $GR(y) = 7$
- Grado absoluto del polinomio: $GA(P) = 4 + 7 = 11$

Para polinomios de dos o más términos

El grado relativo respecto a una variable es el mayor exponente que presenta la variable en el polinomio. El grado absoluto, es el grado del término de mayor grado.

$$P(x, y) = \underbrace{-3x^{3}y^{5}}_{GA = 8} + \underbrace{5x^{5}y^{4}}_{GA = 9} - \underbrace{3x^{6}y^{2}}_{GA = 8}$$

(GR_y sobre y^5; GR_x sobre x^6)

$GR(x) = 6$

$GR(y) = 5$

$GA(P) = 9$

Ten en cuenta

Grado y variable

Es necesario enfatizar que el grado está relacionado con la variable del polinomio.

En $P(y) = 3x^5y^4$

No se tiene en cuenta el exponente de x, porque $P(y)$ nos indica que la única variable es y.

Por consiguiente: $P(y) = 3x^5y^4$ es un monomio de grado 4.

Ejemplo 1

En cada caso, **indica** el número de términos de cada polinomio.

a) $P(x) = 6x^2 - 2x^2 - 3x$

b) $Q(x) = x^4 - 4x - 3x + 5x^4$

c) $R(x) = -5x^3 + 3x^2 + 2x - 5x + 8$

Resolviendo:

Reducimos los términos semejantes:

$P(x) = 4x^2 - 3x$ — 2 términos

$Q(x) = 6x^4 - 7x$ — 2 términos

$R(x) = -5x^3 + 3x^2 - 3x + 8$ — 4 términos

Ejemplo 2

Un polinomio es homogéneo cuando todos sus términos son del mismo grado.

Si $P(x, y) = 5x^ay^2 + 2x^5y^b - 5x^{8-a}y^{6+a}$ es homogéneo, **calcula** $a + b$.

Resolviendo:

- Grado de $5x^{8-a}y^{6+a}$: $8 - \cancel{a} + 6 + \cancel{a} = 14$
- Todos los términos son de grado 14:

$a + 2 = 14 \Rightarrow a = 12$

$5 + b = 14 \Rightarrow b = 9$

$a + b = 21$

Nivel básico

1 En cada caso **indica** el número de términos del polinomio.

a) $P(x) = 3x^2 + 2x - 3$ ☐

b) $Q(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x - 3$ ☐

c) $R(x) = -2x^3 + 3x^2 + 2x - 3$ ☐

2 **Indica** el número de variables de cada polinomio:

a) $P(x) = abcx^2$ ☐

b) $Q(x, y) = ax + by$ ☐

c) $R(x, y, z) = 7xyz$ ☐

3 **Nombra** los polinomios de acuerdo al número de sus términos:

a) $P(x) = 6x + 2x^2 - 3x^3$ ☐

b) $Q(x) = x^3 + 6x$ ☐

c) $R(x) = -2x^3$ ☐

4 Según el grado **ordena** ascendentemente los polinomios.

a) $P(x, y) = 3xy^2 + x^2y - 3xy$ ☐

b) $Q(x, y, z) = 4xyz^2$ ☐

c) $R(x) = -2x^5 + 5x^2 + 4x - 3$ ☐

Genio Matic

5 Respecto al polinomio $P(x, y) = ax^2 + by^2 - 6xy$.

I. Tiene dos variables.
II. Es de grado 4.
III. Tiene un término independiente.

Nivel intermedio

6 **Calcula** GA(T) + GR(x) – GR(y) si:

$$T(x, y) = 7x^5z^3y^{13}$$

7 **Calcula** GA(B) – GR(x) + GR(y) si:

$$B(x, y) = -5x^9y^{12}a^4$$

8 **Calcula** GR(a) + GR(b) +GA(R) si:

$$R(a, b) = 5a^2b^6 - 8ab + 9a^6b^8$$

9 **Calcula** GA(Q) – GR(x) – GR(y) – 2

$$Q(x, y) = -5x^4y + 6x^8y^5 + 3x^6y^2 + 14xy^9$$

Nivel avanzado

10 **Calcula** x^2 si el grado de R es igual a 20.

$$R(a, b) = 6a^4b^{4x}$$

11 **Calcula** x^3 si el grado de E es igual a 32.

$$E(m, n) = \frac{1}{3}m^2n^{6x}$$

12 Un polinomio es homogéneo cuando todos sus términos son del mismo grado.

Si $P(x, y) = 3x^ny + 2x^2y^m - 5x^3y^4$es homogéneo entonces el grado de:

$$Q(x, y) = 3x^{n-1}y^2 + 2x^3y^{m+1}$$ es:

Tarea

1 **Calcula** GR(a) + GR(b) si: $P(a, b, c) = 7a^8b^5c$

2 **Formula** ejemplos de un monomio, un binomio y un trinomio de 3; 2 y 1 variable, respectivamente.

3 **Calcula** GR(x) + GR(y) si: $Q(x, y) = 8x^4zy^{10}$

4 **Escribe** un ejemplo de trinomio de 2 variables y de grado 7, tal el grado relativo respecto a una de sus variables sea 5 y respecto a la otra, 4.

Valor numérico

Operaciones combinadas

Armando es un taxista aficionado a la Matemática. Ha establecido la fórmula $P(x) = 1/2(x - 5) + 6$ para $x \geq 5$, para determinar el precio de los servicios que brinda, donde x representa los kilómetros recorridos.

VIDEO DE TEORÍA

Antes de cobrar al usuario se fija en su kilometraje. Supongamos que ha recorrido 15 km, entonces $x = 15$:

$$P(15) = \frac{1}{2}(15 - 5) + 6 \Rightarrow P(15) = \underbrace{\frac{1}{2}(10)}_{5} + 6 \Rightarrow P(15) = 11$$

El valor numérico de una expresión algebraica, en particular de un polinomio, es el valor que se obtiene al reemplazar las variables por determinados valores.

Sea $P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$:

- Para $x = 2$: $P(2) = 2^3 - 2\cdot2^2 + 3\cdot2 - 4 = \cancel{8} - \cancel{8} + 6 - 4 = 2$
- Para $x = 3$: $P(3) = 3^3 - 2\cdot3^2 + 3\cdot3 - 4 = 27 - 18 + 9 - 4 = 14$
- Para $x = -1$: $P(-1) = (-1)^3 - 2(-1)^2 + 3(-1) - 4 = -1 - 2 - 3 - 4 = -10$

Ejemplo 1

Halla el valor numérico de la expresión $M = \dfrac{a^2 + b^2}{2a + 3b}$ cuando $a = 2$ y $b = 3$.

Resolviendo:

Reemplazando los valores de a y b en M.

$$M = \frac{(2)^2 + (3)^2}{2(2) + 3(3)} = \frac{4 + 9}{4 + 9} = \frac{13}{13} = 1$$

Ejemplo 2

Si $P(x) = 2x + 1$, **halla** el valor de: $T = P(P(1)) + P(0)$.

Resolviendo:

- $P(1) = 2(1) + 1 = 3$
- $P(P(1)) = P(3) = 2(3) + 1 = 7$
- $P(0) = 2(0) + 1 = 0 + 1 = 1$

Reemplazando en T.

$T = P(P(1)) + P(0)$

$T = 7 + 1 = 8$

Ejemplo 3

Si: $P(x + 2) = 3x + 1$, **halla** el valor de $P(5)$.

Resolviendo:

Hallando el valor de x.

$x + 2 = 5 \Rightarrow x = 3$

Luego:

$P(3 + 2) = 3(3) + 1$

$P(5) = 10$

Ejemplo 4

Si $P(x) = \dfrac{x}{x + 1}$, **halla** el valor numérico de $K = P(1)\cdot P(2)\cdot P(3)\cdot P(4)\cdot P(5)$.

Resolviendo:

Reemplazando y reduciendo.

$$K = \frac{1}{1+1}\cdot\frac{2}{2+1}\cdot\frac{3}{3+1}\cdot\frac{4}{4+1}\cdot\frac{5}{5+1}$$

$$K = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}\cdot\frac{\cancel{4}}{\cancel{5}}\cdot\frac{\cancel{5}}{6} = \frac{1}{6}$$

Ejemplo 5

Si la expresión: $K = 5a + 3ab + c$ toma el valor de 40, cuando $a = 2$ y $b = 4$, ¿cuál es el valor de $2c + 1$?

Resolviendo:

$= 5a + 3ab + c = 40$

$= 5(2) + 3(2)(4) + c = 40$

$= 10 + 24 + c = 40$

$c = 40 - 34 = 6$

$\therefore\ 2c + 1 = 2(6) + 1 = 12 + 1 = 13$

Ten en cuenta

Suma de coeficientes

Sea:

$P(x) = 3x^3 - 5x^2 + 8x - 4$

Para $x = 1$ resulta:

$P(1) = 3\cdot1^3 - 5\cdot1^2 + 7\cdot1 - 4$

$P(1) = \underbrace{3 - 5 + 8 - 4}_{\text{Suma de coeficientes}} = 2$

Se observa que:

$P(1)$ = suma de coeficientes

Término independiente

En $P(x) = 3x^3 - 5x^2 + 8x - 4$

Para $x = 0$ resulta:

$P(0) = 3\cdot0^3 - 5\cdot0^2 + 7\cdot0 - 4$

$P(0) = 0 - 0 + 0 - 4 = -4$

Se observa que:

$P(0)$ = Término independiente

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Nivel básico

1 Dado $P(x) = 2x^2 + 3x - 5$, **relaciona** con su equivalente:

a) P(2) 1. −3

b) P(−2) 2. 9

c) P(−1) 3. −6

2 **Halla** el valor numérico de la expresión:

$P = \dfrac{x^2 + 3x + 10}{x^2 + 1}$, cuando $x = 2$.

3 Si $L = \dfrac{a^3 + b^2 - c}{ab + bc + 1}$, **halla** su valor numérico cuando: $a = 2$; $b = 1$ y $c = 3$.

4 Si $A = 5x^2 + 4x^2 - 2(3x^2)$, **halla** su valor numérico para $x = 2$.

5 **Halla** el valor numérico de:

$M = 8x^2 + 3x - 2 + 5x^2 - 8x + 5$

cuando $x = 2$.

Nivel intermedio

6 **Formula** un ejemplo de un polinomio P donde $P(2) = P(-2)$.

7 Si $M = ab + bc + ac$ toma el valor de 27 cuando $a = 3$ y $b = 3$, ¿cuál es el valor de c?

8 Si $D = v{\cdot}t + \dfrac{a{\cdot}t^2}{2}$, **halla** su valor numérico cuando $v = 12$; $t = 4$ y $a = 5$.

9 Si $P(x) = 3x - 2$, **halla** el valor de:

$L = P(4) + P(P(2))$.

10 Si $P(x) = (x + 1)(x + 2)$, **halla** el valor de:

$P(P(1)) + 3P(0)$.

Nivel avanzado

11 Sea $P(x) = ax^2 - 3x + 2$. Si el término independiente es $P(3)$, ¿cuál es el valor de a?

12 Si $P(x) = x^3$, entonces es cierto:

I. $P(x) = P(-x)$ II. $P(x) = -P(-x)$

III. $P(-x) = -P(x)$

13 **Determina** el término independiente de:

$P(x) = 6(x - 1)^5(x - 1)^3$.

14 **Determina** la suma de coeficientes de:

$P(x) = (x - 2)^4(x + 1)^3$.

Tarea

1 **Halla** el valor numérico de:

$H = \dfrac{a^3 + b^3}{a + b} + ab$, cuando $a = 2$ y $b = 3$.

2 **Halle** el valor numérico de la expresión:

$J = a^2 + b^2 + 2ab$, cuando $a = 4$ y $b = 6$.

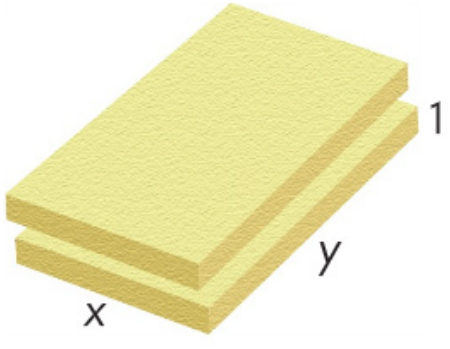
3 Si $F(x) = x(x + 1) + 2x$, **halla** el valor numérico de la expresión: $H = F(1) + F(F(0)) - 1$.

4 Si el valor numérico de la expresión:

$H = \dfrac{a^3}{3} + \dfrac{b^2}{2} + abc$, es 41, cuando a = 3 y b = 2, **halla** el valor de: $L = 3c + 2$.

Multiplicación algebraica
Monomios

Leyes de exponentes



Estas esponjas tienen x dm de ancho, por y dm de largo y 1 dm de altura. Sebastián las apila una sobre otra un total de z esponjas. ¿Qué volumen en dm^3 alcanza la ruma?

Cada esponja tiene un volumen de $x{\cdot}y{\cdot}1 = xy$. Para obtener el volumen de la ruma, debemos multiplicar este volumen por el número de esponjas z: xyz dm^3.

VIDEO DE TEORÍA

La **multiplicación de monomios** se rige por la regla del exponente natural y las propiedades **conmutativa** y **asociativa** de la multiplicación.

En la multiplicación $2{\times}3{\times}4 = 24$, los factores los podemos ordenar de todas las formas posibles pero el resultado no cambia:

- $2{\times}3{\times}4 = 24$
- $2{\times}4{\times}3 = 24$
- $3{\times}2{\times}4 = 24$
- $3{\times}4{\times}2 = 24$
- $4{\times}2{\times}3 = 24$
- $4{\times}3{\times}2 = 24$

Igualmente, los factores de la multiplicación xyz los podemos ordenar de 6 formas distintas.

Ahora realicemos las siguientes multiplicaciones:

- Multipliquemos x^2y por xy^3: $x^2y{\cdot}xy^3 = \underbrace{x^2}\underbrace{xyy^3} = x^3y^4$
- Multipliquemos $2x^3y$ por $3x^2$: $2x^3y{\cdot}3x^2 = \underbrace{2{\cdot}3}\underbrace{x^3}\underbrace{x^2}y = 6x^5y$
- Multipliquemos $-2ab$ por $5b^2$: $-2ab{\cdot}5b^2 = \underbrace{-2{\cdot}5}\underbrace{ab}\underbrace{b^2} = -10ab^3$

Ejemplo 1

Reduce la siguiente operación:

$$M = 6(7x^2y^2)$$

Resolviendo:

$M = 6{\times}7x^2y^2$

$M = \boxed{42x^2y^2}$

Ejemplo 2

Multiplica: $(8)(6x^3y^4)$

Resolviendo:

$(8)(6x^3y^4) = (8)(6)x^3y^4$

$= \boxed{48x^3y^4}$

Ejemplo 3

Sean:

$A = 3x^3y$; $B = 6x^3y$ y $C = 5x^3y$.

Halla $4A + 5B - 2C$.

Resolviendo:

$4A = 4(3x^3y) = 12x^3y$

$5B = 5(6x^3y) = 30x^3y$

$2C = 2(5x^3y) = 10x^3y$

$\therefore\ 4A + 5B - 2C$

$= 12x^3y + 30x^3y - 10x^3y$

$= \boxed{32x^3y}$

Ten en cuenta

Propiedades de la multiplicación

Propiedad conmutativa

Dos factores los podemos multiplicar en cualquier orden, el producto siempre es el mismo:

- $6{\times}8 = 8{\times}6 = 48$
- $xy = yx$
- $xyz = xzy = zxy = zyx$

Propiedad asociativa

Los factores de una multiplicación los podemos asociar en cualquier orden pero el resultado no varía.

Para multiplicar $4{\times}23{\times}25$, es conveniente asociar 4 con 25, luego multiplicar por 23:

$$\underbrace{4{\times}25}_{100}{\times}23 = 2300$$

Ejemplo 4

Dado $A = 3(2x^3) - 2(2x^3)$, **calcula:** $B = A + 3(6x^3 - 2(2x^3))$.

Resolviendo:

Reduciendo $A = 3(2x^3) - 2(2x^3) = 6x^3 - 4x^3 = 2x^3$

Reemplazando el valor de A en B.

$B = 2x^3 + 3(6x^3 - 4x^3)$

$B = 2x^3 + 3(2x^3) = 2x^3 + 6x^3 = 8x^3$

Ejemplo 5

Reduce:

$E = 3(2x^3) + 3(-4x)(x^2) - (2x^2)(4x)$

Resolviendo:

$E = 3 \cdot 2x^3 + 3(-4)x \cdot x^2 - 2 \cdot 4x^2 \cdot x)$

$E = 6x^3 - 12x^3 - 8x^3$

$E = -14x^3$

Nivel básico

1 **Reduce:** $J = 3(5x) + 2(7x) - 2(10x)$.

2 Si: $A = 3(2x^2) + 4(6x^2) - 2(5x^2)$

$B = 5(7x^2) - 2(x^2)$,

halla el valor de $T = A + B$.

3 Al reducir: $17x^2 - 2(8x^2 - 3x^2)$ resulta de la forma ax^b. **Halla** el valor de $G = 2a + b$.

4 Al reducir $3(3x^2y^a) + 5x^2y^a$ se obtiene una expresión de la forma bx^cy^4. **Halla** el valor de: $M = 2a + b - c$.

5 Si: $A = 5x^2 + 4x^2 - 2(3x^2)$, **halla** su valor numérico cuando $x = 4$.

Nivel intermedio

6 **Relaciona** con su equivalente:

a) $2x(3x^3)$ — 1. $3x(-2x^3)$

b) $6(x^4)$ — 2. $6x(x^3)$

c) $3x^2(-2x^2)$ — 3. $-3x(-2x^3)$

7 **Reduce** $E = 5(2x^3) - 4x(x^2) - 2x^2(-x)$.

8 **Determina** la veracidad (V) o falsedad (F) de las igualdades:

a) $x^2y = yx^2$

b) $-xyz = (-x)(-y)(-z)$

c) $xyz^2 = xzy^2$

9 Sean: $A = 3x(2x^2) + (-2x)(3x^2) - (5)(-4x^2)$

$B = -4x(x) - (-2)(4x^2) - (2x)(-3x^2)$

Entonces A + B es:

10 **Reduce** la expresión: $\dfrac{7x(2x^4) - (-2x^3)(3x^2)}{3x^2(-3x^2) - (4x^3)(-2x)}$

Nivel avanzado

11 **Relaciona** con su equivalente:

a) $(6x^2)(2x^3)$ 1. $(6x)(2x^3)$

b) $(x^2)(12x^2)$ 2. $(-3x^3)(-4x^2)$

c) $(6x^2)(-2x^3)$ 3. $-3x^2(4x^3)$

12 **Relaciona** con su equivalente:

a) $2x(4xy^3)$ 1. $-8xy^3(-3)$

b) $8y^2(x3y)$ 2. $8xy(xy^2)$

c) $xy^2(-8yx)$ 3. $8(yx)^2(-y)^2$

13 **Reduce** la expresión:

$$E = \frac{5x^2(2y^2) + (-2x)(3xy^2)}{3y(-3xy) - 4x(-2y^2)}$$

14 Sea $P(x, y) = \dfrac{5x(2y^5)(-2x^4)(3y^2)}{5y^5(-3x^4y) - (7x^2y^4)(-2y^2x^2)}$

Calcula P(2; −3).

Tarea

1 **Efectúa** las siguientes operaciones:

a) $5(-4x^2)$ b) $-3(-2x^2)$ c) $6(-7x^2)$

2 **Efectúa** las siguientes operaciones:

a) $2y(-3x^2)$ b) $-5x(-4xy^2)$ c) $5x(-8yx^2)$

3 **Determina** P(1) + P(2) en:

$P(x) = 2(-3x^2) + 4x(2x) - 6x^2(-3)$

4 **Reduce** las expresiones:

$A = 2x(-5x^2) - 3x(4x) - x^2(-3)$

$B = 4y(-5x^2) + 2x(-4yx) - 4x(-3xy) + 7yx^2$

Reforzando - Unidad 4

1 Completa:

El polinomio $3x^2 + 3x - 7$ es de ..... grado y de ..... términos

A) Primer – 2 B) Tercer – 2
C) Segundo – 3 D) Segundo – 1

2 ¿Qué valor debe tomar n para que el polinomio $P(x) = 3x^{n+2} + 3x^n - 7x$ sea de quinto grado?

A) 1 B) 5 C) 4 D) 3

3 ¿Qué valor debe tomar n para que el polinomio $P(x) = 3x^{2n-3} + 3x^{n+4} - 7x^{2n+1}$ sea de quinto grado?

A) 1 B) 5 C) 4 D) 3

4 En el colegio de Sarita, diariamente se acumula ax^2 kilogramos de basura. ¿Cuántos kilogramos de basura se acumula en x^2 días?

A) $2ax^2$ B) $ax^2 + x^2$
C) ax^3 D) ax^4

5 ¿Cuáles de las siguientes igualdades son verdaderas?

I. $2 + x = 2x$ II. $x \cdot x = 2x$ III. $x + x = 2x$

A) Solo I B) Solo II
C) Solo III D) Ninguno

6 ¿Cuáles de las siguientes igualdades son verdaderas?

I. $2x + x = 3x$ II. $2x + x = 2x^2$
III. $2x + x = x^3$

A) Solo I B) Solo II C) solo III
D) Ninguno

7 ¿Cuáles de las siguientes igualdades son verdaderas?

I. $(2x)(3x) = 6x$ II. $(2x)(3x) = 6x^2$
III. $(2x)(3x) = 5x^2$

A) Solo I B) Solo II
C) Solo III D) Ninguno

Olimpiadas nacionales e internacionales

8 ¿Cuáles de las siguientes igualdades son verdaderas?

I. $2x + 4y = 6xy$ II. $2x + 4y = 8xy$
III. $2x + 4y = 6x + y$

A) Solo I B) Solo II
C) solo III D) Ninguno

9 Respecto al polinomio $4x^2 - 8x + 1$ se puede afirmar que:

I. Es de segundo grado
II. Tiene tres términos
III. El coeficiente principal es 4

A) Solo I B) Solo I y II
C) solo I y III D) I, II y III

10 El término general del patrón numérico es:

2; 4; 6; 8; 10; .. es:

A) n B) $2n$ C) $2 + n$ D) $4n$

11 $T(n) = n^2 + 2n - 3$ es el término general del patrón numérico: 0; 5; 12; 21; 32; ...

El décimo término es:

A) 123 B) 117 C) 37 D) 132

12 $T(n) = n^2 - 3n + 5$ es el término general del patrón numérico: 3; 3; 5; 9; 15; ...

Calcula la suma de los términos 9° y 12°.

A) 172 B) 127 C) 137 D) 175

13 ¿Cuál es el 12° término del patrón numérico

$1^2 + 2; 2^2 + 3; 3^2 + 4; 4^2 + 5; ...?$

A) 158 B) 155 C) 156 D) 157

14 Una fábrica de jabones distribuye su producto en cajas de n paquetes de x jabones cada uno.

¿Cuántos jabones hay en 20 cajas?

A) $20nx$ B) $20n + x$
C) $20 + n + x$ D) $20(n + x)$

15 Respecto al polinomio $P(x) = 2x^3 + x^2 - 5$.

a) ¿Cuál es la suma de coeficientes?
b) El término independiente es:
c) ¿De qué grado es el polinomio?

16 Resuelve las siguientes adiciones:

a) El resultado de sumar $(3x^2 - 8x + 1)$ con el doble de $(x^2 + 4x + 2)$ es:

b) ¿Cuál es el resultado de sumar el triple de $(a^2 - 2ab - b^2)$ con el doble de $(a^2 + 3ab + b^2)$?

17 Sean los polinomios:

$A(x) = 3x^3 + 4x^2 - 6x + 3$
$B(x) = 3x^3 - 2x^2 + 3x$

a) ¿De qué grado es $A(x) - B(x)$?
b) Calcula $A(1) + B(-1)$

18 Determina la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. La suma de $4x^3$ y $2x^3$ es $6x^3$
II. El producto de $2x^3$ y ax^2 es $2ax^5$
III. a veces x^2 más b veces y^3 es $ax^2 + by^3$

19 ¿Cuál es el grado del monomio que resulta de multiplicar $P(x) = ax^2y^3$ con $Q(x) = bx^3y^4$?

20 Respecto al polinomio $P(x) = x^3 + 2x^2 - 3$

I. $P(2) < P(3)$ II. $P(4) = 93$ III. $P(0) = -3$

Son verdaderas:

21 Un patrón numérico obedece la regla

$$A(n) = n^2 + n + 3$$

¿Cuál es la diferencia entre el 12° y 10° término de este patrón?

22 Cuando el monomio $P(x) = ax^2$ se multiplica por $Q(x) = bx^n$, el producto resulta de 6° grado. Entonces el grado del monomio $R(x) = 6x^{n+3}$ es:

23 Determina la fórmula general del patrón numérico: 1×2 ; 2×3 ; 3×4 ; 4×5 ; ...
y calcula la suma de los términos 9° y 12°.

24 Una línea de buses cuenta con n buses que circulan diariamente. En promedio cada bus transporta x pasajeros. Si cada pasajero paga dos soles, ¿cuál es la expresión que representa el ingreso semanal de la línea?

25 El gasto semanal de Ángel está dado por $3x^2 + 4x$, donde x es el día de la semana contada a partir de lunes.

a) ¿Cuánto gasta el lunes?
b) ¿Cuánto gasta el miércoles?
c) ¿Cuánto gasta el domingo?
d) ¿Cuánto es su gasto semanal?

26 Consideremos que $P(x) = 3x^2 - 5x + 80$ representa el incremento de peso en gramos de un gato, donde x es el tiempo en días contado desde el nacimiento del gato.

a) ¿Qué peso tiene el gato al nacer?
b) ¿Cuánto pesa el segundo día?
c) ¿En cuánto aumenta su peso del día 4 al día 5?

27 En el colegio de Fabián hay un total de $9x^2$ alumnos. Cada alumno tiene un promedio de n cuadernos. Si cada cuaderno cuesta en promedio x soles, ¿cuál es el costo de todos los cuadernos que se usan en el colegio de Fabián?

28 La distancia que recorre una partícula está determinada por el polinomio $2t^2 + 3t$, donde t es el tiempo en segundos.

a) ¿Cuánto recorre en 2 segundos?
b) ¿Cuánto recorre en 5 segundos?
c) ¿Cuánto recorre en 10 segundos?

29 A un supermercado llegan diariamente n camiones de fruta y cada uno descarga, en promedio, x kilogramos de fruta de distinta variedad. Las frutas se compran a 2 soles el kilogramo y se venden en 3 soles, en promedio. Expresa la ganancia semanal del supermercado.

Autoevaluación

1 Respecto al polinomio $P(x) = 3x^3 + 2x^2 - 10$.

a) ¿Cuál es la suma de sus coeficientes?

b) El término independiente es:

c) ¿De qué grado es el polinomio?

2 Sea $P(x) = 3x^2$, $Q(x) = 2x^3$.

Si $R(x) = 2P(x) + 3Q(x)$, calcula $R(2) - R(1)$.

3 La temperatura ambiental de una ciudad se rige por la regla $T(h) = -(h - 6)^2 + 32$, donde h son las horas transcurridas del día.

a) ¿Con qué temperatura empieza el día?

b) ¿Cuál es la temperatura a las 10 de la mañana?

c) ¿Qué temperatura registra al mediodía?

4 El gasto semanal de Bernardo está dado por $2x^2 - 4x + 6$, donde x es el día de la semana contado a partir de lunes.

a) ¿Cuánto gasta el lunes?

b) ¿Cuánto gasta el miércoles?

c) ¿Cuánto gasta el domingo?

d) ¿Cuánto es su gasto semanal?

5 En la fábrica donde trabaja Dana hay un total de $9x^2$ obreros. Cada obrero gana un jornal de x soles. ¿Cuánto paga la fábrica a los obreros en un mes de 30 días?

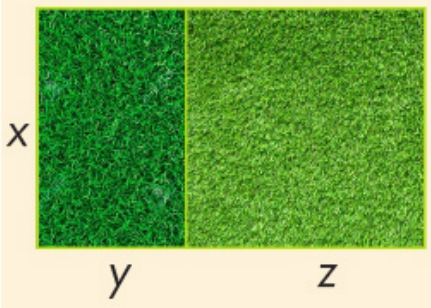
6 Un auto recorre x kilómetros en una hora y gasta y galones de combustible por kilómetro. En un viaje de h horas:

a) ¿Cuántos kilómetros recorre?

b) ¿Cuántos galones de combustible gasta?

Multiplicación de monomios

Multiplicación algebraica
Polinomios



Hay dos maneras de calcular el área del césped.

Una es calculando el área de cada pieza y luego sumar las dos áreas: $xy + xz$

La otra es considerar el rectángulo como si fuera una sola pieza, en tal caso el largo es $(y + z)$ y el área: $x(y + z)$

VIDEO DE TEORÍA

En cualquiera de los, casos el resultado es el mismo, de modo

que: $x(y + z) = xy + xz$

Obsérvese que x se distribuye multiplicando a los dos términos del segundo factor, por eso esta propiedad se llama distributiva y es la única manera en que se puede multiplicar un monomio por un polinomio de dos o más términos.

Para multiplicar un monomio por un polinomio de varios términos se aplica la propiedad distributiva de la multiplicación.

Veamos algunos ejemplos:

- $x(x^2 + x) = x \cdot x^2 + x \cdot x = x^3 + x^2$
- $4x(3x^2 - 2x) = 4x \cdot 3x^2 - 4x \cdot 2x = 12x^3 - 8x^2$
- $-2x(5xy^2 - 6xy + 3y) = -2x \cdot 5xy^2 + 2x \cdot 6xy - 2x \cdot 3y$
  $= -10x^2y^2 + 12x^2y - 6xy$

Ejemplo 1

Reduce la siguiente operación: $M = 2(5x^2 + 2x + 3) - 2(3x^2 + 2x + 1)$

Resolviendo:

$M = 2 \cdot 5x^2 + 2 \cdot 2x + 2 \cdot 3 - 2 \cdot 3x^2 - 2 \cdot 2x - 2 \cdot 1$

$M = 10x^2 + 4x + 6 - 6x^2 - 4x - 2 \Rightarrow M = \boxed{4x^2 + 4}$

Ejemplo 2

Si: $P(x) = 2x^3 + 3x + 4$

$Q(x) = 3x^3 - x - 5$,

calcula: $2P(x) + 3Q(x)$

Resolviendo:

$2P(x) + 3Q(x)$

$= 2(2x^3 + 3x + 4) + 3(3x^3 - x - 5)$

$= 4x^3 + 6x + 8 + 9x^3 - 3x - 15$

$= \boxed{13x^3 + 3x - 7}$

Ejemplo 3

Reduce la siguiente operación:

$P = 2x^2(3x^4 + 2x^3) + 3x^4(x^2 + 2x)$

Resolviendo:

$P = (2x^2)(3x^4) + (2x^2)(2x^3)$
$+ (3x^4)(x^2) + (3x^4)(2x)$

$P = 6x^6 + 4x^5 + 3x^6 + 6x^5$

$P = (6x^6 + 3x^6) + (4x^5 + 6x^5)$

$P = \boxed{9x^6 + 10x^5}$

Ten en cuenta

Propiedades de la multiplicación

Propiedad distributiva

Con términos numéricos:

- $3(4 + 5) = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5$
  $= 12 + 15 = 27$

En términos algebraicos:

- $a(x + y) = ?$

No se puede juntar $(x + y)$, entonces aplicamos la propiedad distributiva:

- $a(x + y) = ax + ay$

Multiplicación de binomios

$(a + b)(x + y) = a(x + y) + b(x + y)$

$= ax + ay + bx + by$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 4

Si $P(x) = 4x^2$ y $Q(x) = 3x^2 + 1$,

calcula $P(x)\cdot Q(x)$.

Resolviendo:

$P(x)\cdot Q(x) = (4x^2)(3x^2 + 1)$

$= 4x^2\cdot 3x^2 + 4x^2\cdot 1 = 12x^4 + 4x^2$

Ejemplo 5

Si: $M = x(x + 2) + 3(x + 2)$ y $N = 3(x + 2) - x(x + 2)$,

calcula $M + N$.

Resolviendo:

- $M = x^2 + 2x + 3x + 6 \Rightarrow M = x^2 + 5x + 6$
- $N = 3x + 6 - x^2 - 2x \Rightarrow N = -x^2 + x + 6$

$\therefore M + N = (x^2 + 5x + 6) + (-x^2 + x + 6)$

$= x^2 + 5x + 6 - x^2 + x + 6 = 6x + 12$

Nivel básico

1 **Reduce** la expresión: $3(x + y) + 2(3x - 2y) + 8$

2 Si $3(2x^2 - 2) + 2(8x^2 + 3)$ se reduce a la forma ax^b, **halla** el valor de $D = a - 5b$.

3 **Reduce:** $W = 2(3x^2 + 1) + 2(x - 3) + 4(2x^2 + 3x)$

4 Si $A = 3(2x^2 + 4) - 4(6x^2 - 5x^2 + 2)$

$B = A + 2(7x^2 - 2(x^2 + 3))$,

halla el valor de $T = A + B$.

5 Si $M = 2(a + b) + 4(2a + b) - (2a - 3b)$ se reduce a la forma $Aa + Bb$, **halla** el valor de: $2A - B$.

Nivel intermedio

6 Al reducir $8(x^2 + 1) + 2(ax^2 - 4)$ resulta $10x^2$. **Determina** el valor de a.

7 **Reduce:**

$H = 4x^3(3x^2 + 1) + 2x(x^2 - 3x^4) + x^2(2x + x^4)$

8 Si $A = 5x^3(2x^2 + 4x) - 2x^2(x^3 - 5x^2)$

$B = A + 2(7x^5 - 2x(x^4 + 3x^3))$,

halla el valor de $T = A + B$.

9 **Reduce** la expresión:

$3x(x^2 + x) + 2(3x^3 - 2x^2) + 3x^2$

Nivel avanzado

10 **Efectúa:** $3x(2x^4 + x^2) + 2x(3x^4 + 2x^2)$

11 Al efectuar $2x^2y^3(4x^2y + 3xy^2)$ resulta de la forma $ax^by^c + dx^ey^f$. **Halla** el valor de $K = a + d$.

12 Al reducir la expresión:
$(2x)(3x^2 + 6x^4) - 3x^3(4x^2 - 4a)$ resulta $30x^3$.
Determina el valor de a.

Tarea

1 Si: $A = 3(4x^3 - 2) + 2(2x^3 + 1)$

$B = 2A + 3x^3 + 1$

$C = 2B + A - 3x^3$,

halla: $H = A + B + C$.

2 Si: $A = 3x^2(2x^3 - 3x) + 2x(2x^4 + 6x^2)$

$B = 2A + 3x^3 - x^5$

$C = B + A + 2x^3$,

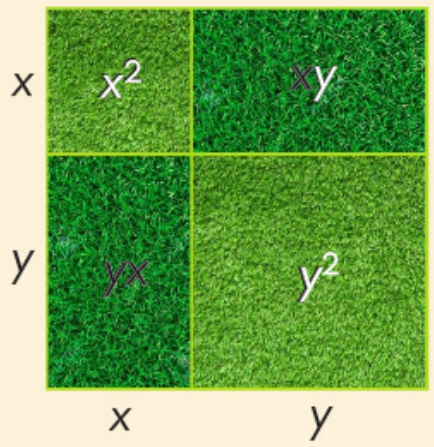
halla: $M = A + B + C$.

3 Luego de reducir $3x(3x^2 + 4x^3 - 3x^4)$, **calcula** la suma de coeficientes.

4 La expresión $(3x^2y^3)(2x^2 - 3y^3) + 2x^4y^3 + 9x^2y^6$ se reduce a la forma ax^by^c. **Halla** el valor de $K = \frac{a}{b} + \frac{b}{c}$.

Productos notables

Multiplicación de binomios



Hay dos maneras de calcular el área del cuadrado.

Una es calcular el área de cada pieza y luego sumar las cuatro áreas:

$$x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

La otra es considerar el cuadrado como si fuera una sola pieza. En tal caso el lado del cuadrado es $(x + y)$ y su área: $(x + y)^2$.

VIDEO DE TEORÍA

Como representan el área del mismo cuadrado, son iguales:

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ Cuadrado de un binomio

Otro modo de llegar a lo mismo es multiplicando:

$$\left.\begin{aligned}(x + y)^2 &= (x + y)(x + y)\\ &= x^2 + xy + yx + y^2\end{aligned}\right\} (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Ahora obtengamos el producto de $(x + y)(x - y)$:

$(x + y)(x - y) = x^2 - xy + yx - y^2 \Rightarrow (x + y)(x - y) = x^2 - y^2$ Suma por su diferencia

Los **productos notables** son multiplicaciones cuyo producto se obtiene, debido a su forma particular, en forma directa, sin necesidad de efectuarlas.

Cuadrado de un binomio

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

- $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$
- $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$
- $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$
- $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$
- $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

Suma por su diferencia

$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$

- $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$
- $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$
- $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$
- $(x + 4)(x - 4) = x^2 - 16$
- $(2x + 3)(2x - 3) = 4x^2 - 9$

Ten en cuenta

Potencia de un producto y potencia de una suma

No son iguales los modos de operar $(xy)^2$ y $(x + y)^2$.

Ambos se rigen por la regla del exponente natural, en la que el exponente indica a la base las veces que se debe multiplicar por sí misma.

En el caso $(xy)^2$, la base es xy, tal que:

$$(xy)^2 = xy \cdot xy = x^2y^2$$

En el caso $(x + y)^2$, la base es $x + y$, tal que:

$(x + y)^2 = (x + y)(x + y)$

Ejemplo 1

Desarrolla y reduce:

$(x + 3)^2 + (x + 3)(x - 3)$

Resolviendo:

$= x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2 + x^2 - 3^2$

$= x^2 + 6x + x^2 = 2x^2 + 6x$

Ejemplo 2

Reduce la expresión: $(2x + y)^2 + (x - 2y)^2 - (x - y)^2$

Resolviendo:

$= (2x)^2 + 2 \cdot 2xy + y^2 + x^2 - 2x\,2y + (2y)^2 - (x^2 - 2xy + y^2)$

$= 4x^2 + 4y^2 + 2xy$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

GENIOMATIC

Ejemplo 3

Reduce: $P = (x + 4)^2 + (x - 4)^2 - 2x^2$.

Resolviendo:

$P = x^2 + 2\cdot 4x + 4^2 + x^2 - 2\cdot 4x + 4^2 - 2x^2$

$P = x^2 + \cancel{8x} + 16 + x^2 - \cancel{8x} + 16 - 2x^2$

$P = 2x^2 + 32 - 2x^2 \Rightarrow P = \boxed{32}$

Ejemplo 4

Simplifica: $Q = \sqrt{(18 + 12)(18 - 12) + 144}$.

Resolviendo:

$$Q = \sqrt{\underbrace{(18 + 12)(18 - 12)}_{18^2 - 12^2} + 144}$$

$Q = \sqrt{18^2 - 12^2 + 144} = \sqrt{18^2 - \cancel{144} + \cancel{144}}$

$Q = \sqrt{18^2} \Rightarrow Q = \boxed{18}$

Nivel básico

1 **Desarrolla** las siguientes multiplicaciones:

a) $(x + 5)^2$ b) $(x - 6)^2$ c) $(x + 5)(x - 5)$

2 **Desarrolla** las siguientes multiplicaciones:

a) $(x^2 + 1)^2$ b) $(x^2 - 1)^2$ c) $(x + 3)(x - 3)$

3 ¿Cuál de las siguientes expresiones se reduce a $4xy$?

a) $(x + y)^2 + (x - y)^2$ b) $(x + y)^2 - (x - y)^2$

c) $(x + y)(x - y)$

4 ¿Cuál de las siguientes expresiones se reduce a $2x^2 + 2y^2$?

a) $(x + y)^2 + (x - y)^2$ b) $(x + y)^2 - (x - y)^2$

c) $(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)$

5 ¿Cuáles de las siguientes igualdades son correctas?

a) $(x - y)^2 = (y - x)^2$

b) $(x + y)(x - y) = (x - y)(x + y)$

c) $(-x - y)^2 = (x + y)^2$

Nivel intermedio

6 **Reduce:** $H = (x + 6)^2 + (x - 6)^2 - 72$.

7 Si $A = (x + 5)(x - 5)$ y $B = (x + 3)^2 + (x - 3)^2$, **halla** el valor de $T = A - B$.

8 **Reduce:** $J = \sqrt{(20 + 19)(20 - 19) + 19^2}$.

9 **Simplifica** $K = (x + 3)^2 - (x - 3)^2 - 12x$.

10 **Efectúa** $M = \sqrt{(5 - 1)(5 + 1)(5^2 + 1) + 1}$.

12 La reducción de $(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$ es:

13 **Reduce** $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) + 1$.

Nivel avanzado

11 Si $P(x) = (x + a)^2$ y además $P(2) = 25$, **halla** el valor de a.

14 **Reduce** $\dfrac{(x - y)(x + y)^3}{(x^2 - y^2)(x + y)}$

Tarea

1 **Desarrolla** las siguientes multiplicaciones:

a) $(x - 3)^2$ b) $(x - 7)^2$ c) $(x + 8)(x - 8)$

2 **Desarrolla** las siguientes multiplicaciones:

a) $(a - b)^2$ b) $(2a - 7)^2$ c) $(x + a)(x - a)$

3 La reducción de $(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$ es:

4 **Desarrolla** las siguientes multiplicaciones:

a) $(2x + 3)^2$ b) $(3x - 2y)^2$ c) $(4x + y)(4x - y)$

Multiplicación polinomial

Factorización

FACTOR COMÚN

Al multiplicar $a(x + y)$ resulta $ax + ay$, de modo que: $\overbrace{a(x + y) = ax + ay}^{\text{Multiplicación}}$

Lo anterior también se puede expresar así: $\underbrace{ax + ay = a(x + y)}_{\text{Factorización}}$

VIDEO DE TEORÍA

"Factorizar" es poner "en forma de factores". Es lo contrario de la multiplicación. Entonces surge la pregunta, ¿cuándo multiplicar y cuándo factorizar?

Todo lo que hemos aprendido en Álgebra hasta el momento sirve, principalmente, para resolver ecuaciones. En el momento de resolver las ecuaciones, algunas veces hay que multiplicar polinomios, otras veces convendrá factorizar.

Lo que debe estar claro es que, cuando sea conveniente, cualquier expresión algebraica se puede sustituir por su equivalente.

La factorización es el proceso que consiste en expresar un polinomio en forma de una multiplicación de sus factores.

Hay varios métodos de factorización, según las características del polinomio. Veremos dos métodos: El método del factor común monomio y el del factor común polinomio.

Método del factor común monomio

Las expresiones factorizables por este método son las que provienen de multiplicar un monomio por un polinomio.

$$a(x + y - z) = ax + ay - az$$

Como la factorización es un proceso inverso a la multiplicación:

$$ax + ay - az = a(x + y - z) \qquad a\text{: Factor común}$$

- $ax + 2a = a(x + 2)$
- $ax^2 - 2ax + 3a = a(x^2 - 2x + 3)$
- $xy + xz + 5x = x(y + z + 5)$
- $ax^2 - bx^2 + cx^2 = x^2(a - b + c)$
- $ma^2 - 2na^2 + 3pa^2 = a^2(m - 2n + 3p)$
- $nm^2 - mn^2 + mn = mn(m - n + 1)$

Ejemplo 1

Factoriza las expresiones:

a) $ax^2 + ax - 2a$ b) $ax^3 - bx^3 + cx^3$

Resolviendo:

a) $ax^2 + ax - 2a = a(x^2 + x - 2)$

b) El factor común de los términos es x^3:

$ax^3 - bx^3 + cx^3 = x^3(a - b + c)$

Ejemplo 2

Factoriza las expresiones:

a) $x^5 - x^4 - x^3$ b) $x^6y^3 - x^5y^4 - 3x^4y^5$

Resolviendo:

a) El factor común es x^3.

$x^5 - x^4 - x^3 = x^3(x^2 - x - 1)$

b) El factor común es x^4y^3:

$x^6y^3 - x^5y^4 - 3x^4y^5 = x^4y^3(x^2 - xy - 3y^2)$

Ten en cuenta

Factor primo

Se dice que un factor es primo cuando no se puede expresar al menos como la multiplicación de dos factores algebraicos.

Dado: $P(x) = (x + 1)(x - 2)$

$(x + 1)$ y $(x - 2)$ son factores primos de $P(x)$.

En $P(x, y) = (x + y)(x^2 - y^2)$

$(x + y)$ es un factor primo, pero $(x^2 - y^2)$ no lo es, porque se puede expresar como: $x^2 - y^2 = (x + 1)(x - 1)$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 3

Al factorizar $a^2bc + ab^3c + abc^4$, se obtuvo la expresión: $abc(a^x + b^y + c^z)$. **Halla** el valor de: $G = x + y + z$.

Resolviendo:

El factor común es: abc, entonces:

$a^2bc + ab^3c + abc^4 = abc(a + b^2 + c^3)$

Comparando con el dato: $x = 1$; $y = 2$; $z = 3$

$\therefore\ G = x + y + z = 1 + 2 + 3 = 6$

Ejemplo 4

Factoriza: $24x^6y^4 + 18x^9y^2$.

Resolviendo:

Extrayendo el factor común:

- De los coeficientes: MCD(24; 18) = 6
- De las variables comunes: x^6y^2

El factor común es: $6x^6y^2$

Factorizando:

$24x^6y^4 + 18x^9y^2 = 6x^6y^2(4y^2 + 3x^3)$

Nivel básico

1 **Factoriza** las expresiones:

a) $ax + ay + az + aw$ b) $20x + 15y + 10z + 5w$

2 **Factoriza** las expresiones:

a) $2ax + bx - 3cx$ b) $10xy + 15xz + 20xw$

3 **Factoriza** las expresiones:

a) $2ax^2 - 4bx^2 + 6cx^2$ b) $8xy + 16xz - 24xw$

4 **Factoriza** las expresiones:

a) $40xy - 32xz + 16xw$ b) $42x^3 + 14x^2y - 21xz$

5 **Factoriza** las expresiones:

a) $45x^2y - 36xy + 27xy^2$ b) $35a^5 - 28a^4 - 21a^3$

Nivel intermedio

6 **Factoriza** $6a^2b^4 + 8a^3b^2 - 4a^4b^5$.

7 **Factoriza** $12a^5b^3 - 18a^6b^4 + 24a^7b^2$.

8 Dados los polinomios:

$A = 15a^4b^6 + 10a^7b^4$ y $B = 5a^3b^8 - 20a^6b^3$,

el factor común de ambos polinomios es:

GENIOMATIC

9 ¿Cuál de las expresiones está correctamente factorizada?

I. $2x^2(xy + xz)$ II. $x^2(12x + 18z)$

III. $12(x - y)xy$

10 ¿Cuál de las siguientes expresiones proviene de multiplicar $xy^2(2x + 3y - 1)$?

a) $2x^2y + 3xy^2 - xy^2$

b) $2x^2y^2 + 3x^2y^3 - xy^2$

c) $2x^2y^2 + 3xy^3 - xy^2$

Nivel avanzado

11 Sea el polinomio $D = 6x^5y^6 + 4x^8y^4$ cuya expresión factorizada es $ax^by^c(3y^d + 2x^e)$.

Halla el valor de $F = a + b + c + d + e$.

12 Si $a + b + c = 13$ y $abc = 10$, **calcula** $a^2bc + ab^2c + abc^2$.

13 Sea $xy = 12$ y $x^2 + xy - y^2 = 10$. **Determina** el valor de: $x^3y + x^2y^2 - xy^3$.

14 **Factoriza:** $(3x^2)^3(y^4)^2 + (x^2y^3)^3$.

Tarea

1 **Factoriza** las expresiones:

a) $2mx + my - 2mz + mw$

b) $18x^2 - 27xy + 9xz - 36xw$

2 **Factoriza** las expresiones:

a) $2ax^2 + a^2x - 3ax$

b) $12ax + 16bx + 24cx$

3 Al factorizar $6x^6y^9z^3 + 4x^3y^6z^9 - 12x^9y^3z^6$ se obtiene como factor común el monomio: $ax^by^cz^d$. **Halla** el valor de $Y = a + b + c + d$.

4 El polinomio $8a^3b^4 + 12a^4b^3$ al ser factorizado se representa como xa^yb^zD, donde D es un binomio. **Halla** la suma de los coeficientes de D con $x + y + z$.

Reforzando - Unidad 5

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 En una línea de ómnibus, el pasaje es único e igual a n soles. En un recorrido viajaron x ancianos, y adultos y z niños. ¿Cuál fue la recaudación?

A) $nx + y + z$ B) $n(x + y + z)$
C) $nxyz$ D) $n(xyz)$

2 Una organización social convocó a tres clubes deportivos para una acción comunitaria. Del club A acudieron a socios, del club B, b socios y del club C, c socios. Cada uno de los participantes dio un aporte de 20 soles. ¿Cuál fue la recaudación total?

A) $20(a + b + c)$ B) $20abc$
C) $20a + b + c$ D) $20(abc)$

3 Al factorizar $nx + ny$ resulta:

A) $n(x + y)$ B) $nx + y$
C) $n + x + y$ D) nxy

4 Luego de factorizar;

$3x(x + 4x^2) + 5x(3x - 2x^2)$ resulta:

A) $2x^3(x + 9)$ B) $9x^2(2x + 1)$
C) $2x^2(x + 9)$ D) $18x^2(x + 1)$

5 En el salón de Perico realizaron una rifa para comprar los implementos deportivos de la selección de fulbito del salón. Como en el colegio hay tres secciones de sexto grado ofrecieron los boletos en las tres secciones. En la sección A compraron a boletos, en la B, b boletos y en la C, c boletos. Si el precio de cada boleto fue de n soles y el premio de la rifa costó $n(a - b)$ soles, ¿cuál fue la ganancia?

A) $n(-a + b + c)$ B) $n(b + c)$
C) $n(2b - c)$ D) $n(2b + c)$

6 Al simplificar:

$Q(x) = 5x(x + 3x^2) + 5x(4x - 3x^2)$ resulta:

A) $20x^2$ B) $25x^2$
C) $22x^2$ D) $25x^2 + 30x^3$

7 ¿Cuál de los polinomios se reduce a $3x^5$?

A) $P(x) = 2x(x^2 + 1) - 2x^3$
B) $G(x) = 3x^2(x - 1) + 3x^2$
C) $F(x) = -5x(2 - 3x) + x(10 - 6x)$
D) $E(x) = 3x^3(x^2 - x^4) + x^4(3x^3 + x) - x^5$

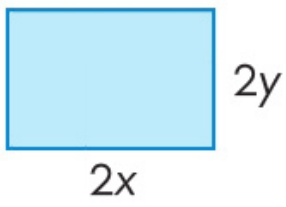
8 Una caja contiene x jabones de tocador y otra caja, y jabones de lavar. De un almacén se despachó n cajas de cada uno. ¿Cuántos jabones se despacharon en total?

A) $nx + y$ B) $n(x + y)$
C) $n + x + y$ D) $x + nx$

9 El ingeniero de una obra ha hecho un pedido de n bolsas de cemento. El proveedor envió un camión con x bolsas, otro con y bolsas. Si cada bolsa de cemento pesa 50 kilogramos, ¿cuántos kilogramos de cemento falta para completar el pedido?

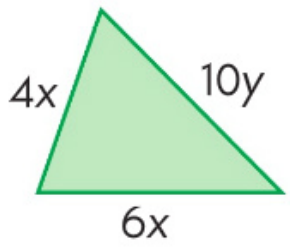
A) $50(n - x - y)$ B) $50n - x - y$
C) $50 - (n - x - y)$ D) $50(x + y - n)$

10 Determina el perímetro de la región rectangular en función de las dimensiones asignadas.



A) $2(x + y)$ B) $3(x + y)$
C) $4(2x + 2y)$ D) $4(x + y)$

11 El perímetro de la región triangular es:



A) $10(x + y)$ B) $5(x + y)$
C) $10xy$ D) $5xy$

12 En una tienda de utensilios de cocina las tazas y los platos cuestan a soles, las cucharas y tenedores, ab soles. Ana compró x tazas, x cucharas, y platos y y tenedores. ¿Cuánto gastó en la compra?

A) $ab(x + y)$ B) $(a + b)(x + y)$
C) $xy(a + b)$ D) $ax + by$

13 Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $2a(x + y)$ b) $3b(x - y)$ c) $n(x + y + z)$

14 En cada caso, factoriza la expresión.

a) $ax + ay$ b) $ax^2 - ax$
c) $x^5 + 2x^4 + 3x^3$

15 Efectúa las siguientes operaciones:

a) $(a - b)^2$ b) $(x - 1)^2$
c) $(x + 1)(x - 1)$

16 La expresión reducida de:

$(2x + 3)^2 - (x - 3)^2 - 5x$ es:

17 Se ha comprado $(x + y)$ productos a $(x - y)$ soles cada uno. ¿Cuánto se gastó en la compra?

18 Para obtener x^2 soles hace falta y^2 soles. ¿Con cuánto dinero se cuenta?

19 Luego de efectuar la multiplicación, reducir los términos semejantes y factorizar:

$$a(x + y) - a(2x - 2y)$$

¿cuál es la expresión que se obtiene?

20 Identifica las operaciones correctamente efectuadas:

I. $a(x - y) = ax - ay$
II. $a^2x + b^2y = (a^2 + b^2)(x + y)$
III. $y^5 + y^4 = y^4(y + 1)$

21 ¿Cuál es el área de un terreno rectangular de $(x + y)$ metros de largo por $(x - y)$ metros de ancho?

22 Vilma compró a objetos de x soles y su esposo compró y objetos de $2a$ soles. ¿Cuánto más que Vilma gastó el esposo?

23 En una avenida hay n postes de luz separados m metros uno del otro. ¿Cuál es la distancia del primer al último poste?

24 A una batalla se presentaron ax soldados y ay oficiales. Si en la batalla perdieron la vida x soldados y y oficiales, ¿cuántos militares sobrevivieron?

25 Una línea de buses cuenta con n buses que circulan diariamente. En promedio cada bus transporta x adultos y y niños. Si los adultos pagan $2a$ soles y los niños a soles, ¿cuál es la expresión que representa el ingreso diario de la línea?

26 En la cooperativa de ahorros "Señor de los Ahorros", los socios aportan 20 soles mensuales. Durante el mes de mayo aportaron x socios varones y y socios mujeres. ¿Cuál fue el aporte de los socios en este mes?

27 César tiene ax juguetes y le gusta compartir con sus amigos. El día en que le prestó ay juguetes a su amigo Nicolás, ¿con cuántos juguetes se quedó?

28 En un laboratorio, a las 8 de la mañana se pusieron en cultivo dos bacterias en un matraz cada uno y se observa que las bacterias se duplican en número en cada minuto. ¿Qué cantidad de bacterias hay en total a las 8:30 de la mañana?

29 Pedro ha comprado un terreno cuadrado y le comenta a sus amigos diciendo: "Si mi terreno tuviera 1 metro más de lado tendría a metros". ¿Terreno de qué área compró Pedro?

30 Durante una conferencia, el primer conferencista habló x minutos, hubo 10 minutos de receso y entró el segundo conferencista, que habló y minutos. Si ambos conferencistas cobran a soles por minuto, ¿cuánto más que el segundo cobró el primero?

Autoevaluación

1 Mariana compró x helados y y chocolates a n soles cada uno. ¿Cuánto gastó?

2 Luego de efectuar la multiplicación, reducir los términos semejantes y factorizar: $3a(x - y) - a(2x - 2y)$.

¿Cuál es la expresión que se obtiene?

3 Gerardo vende calculadoras en a soles cada una. Ayer vendió x calculadoras y hoy día vendió $2y$ unidades. ¿En cuánto excede su venta de hoy a la de ayer?

4 La cooperativa de ahorros "Virgen Bondadosa" tiene x socios varones y y socios mujeres. Cada socio aporta mensualmente n soles. ¿Cuál es el aporte anual de los socios?

5 Alfredo tiene en su bolsillo x monedas de x soles y Carmela tiene y monedas de y soles. ¿Cuánto dinero más que Carmela tiene Alfredo?

6 En una avenida hay m postes de luz separados m metros uno del otro. El tendido eléctrico usa, entre dos postes, 1 metro más de cable que la distancia de separación. ¿Qué longitud de cable se ha utilizado en todo el tendido eléctrico?

Multiplicación polinomial

Factor común polinomio

Al multiplicar dos binomios, por ejemplo $(a + b)(x + y)$, el factor $(a + b)$ se distribuye entre los términos de $(x + y)$, tal que:

$$(a + b)(x + y) = (a + b)x + (a + b)y \leftarrow \text{Multiplicación}$$

Lo anterior también se puede expresar así:

$$(a + b)x + (a + b)y = (a + b)(x + y) \leftarrow \text{Factorización}$$

En cada término del primer miembro hay un factor común, el factor $(a + b)$, tal que al extraerlo resulta el segundo miembro.

VIDEO DE TEORÍA

Este método se aplica cuando en cada término de una expresión aparece como factor común un polinomio. Si no existe un factor común monomio y aparentemente tampoco un factor polinomio, puede aparecer al agrupar convenientemente los sumandos.

Veamos algunos ejemplos:

Ejemplo 1

Factoriza $x(a + b) + (a + b)y$.

Resolviendo:

$(a + b)x + (a + b)y = (a + b)(x + y)$

Ejemplo 2

Factoriza $(x + y)a - (x + y)b + (x + y)c$.

Resolviendo:

$(x + y)a - (x + y)b + (x + y)c = (x + y)(a + b + c)$

Ejemplo 3

Factoriza $4a(x + y) - 2b(x + y)$.

Resolviendo:

El factor común es $2(x + y)$

$4a(x + y) - 2b(x + y) = 2(x + y)(2a - b)$

Ejemplo 4

Factoriza $4mn(a + b) - 12mp(a + b)$

Resolviendo:

El factor común es $4m(a + b)$

$4mn(a + b) - 12mp(a + b) = 4m(a + b)(n - 3p)$

Ejemplo 5

Factoriza $8a(x + y) - 4b(x + y)$.

Resolviendo:

El factor común es $4(x + y)$

$8x(x + y) - 4b(x + y) = 4(x + y)(2a - b)$

Ejemplo 6

Factoriza $4x(3xa + ay) - 2b(3x + y)$

Resolviendo:

Del primer término extraemos el factor a:

$4x(3xa + ay) - 2b(3x + y)$

$= 4ax(3x + y) - 2b(3x + y)$

Ahora extraemos el factor $(3x + y)$:

$= (3x + y)(4ax - 2b)$

Ejemplo 7

Factoriza $a(ax + ay) - b(bx + by)$

Resolviendo:

- $a(ax + ay) - b(bx + by) = a^2(x + y) - b^2(x + y)$

$= (x + y)(a^2 - b^2)$

Recordemos que $(a^2 - b^2)$ proviene de multiplicar $(a + b)(a - b)$. Al reemplazar resulta:

$= (x + y)(a + b)(a - b)$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 8

Factoriza $ax + ay - bx - by$.

Resolviendo:

Agrupamos convenientemente:

$$= (ax - bx) + (ay - by)$$

De cada paréntesis extraemos el factor común:

$$= x(a - b) + y(a - b)$$

Ahora extraemos el factor común $(a - b)$:

$$= (a - b)(x + y)$$

Ejemplo 9

Factoriza $a^2b^2 + a^2bc + ab^2c + abc^2$.

Resolviendo:

Extraemos el factor común ab:

$= ab(ab + ac + bc + c^2)$

Agrupamos convenientemente:

$= ab[(ab + ac) + (bc + c^2)]$

$= ab[a(b + c) + c(b + c)] = ab(b + c)(a + c)$

Nivel básico

1 **Factoriza** las expresiones:

a) $x(a + 2) + y(a + 2)$ b) $x(a - b) + y(a - b)$

2 **Factoriza** las expresiones:

a) $a(x + 1) - b(x + 1) + c(x + 1)$

b) $x(a + 3) + y(a + 3) - z(a + 3)$

3 **Factoriza** $4(ax + ay) - 2(bx + by)$.

4 **Factoriza** $4xy(a + b) - 4xz(a + b)$.

5 **Factoriza** $4mx(a - b) - 12my(a - b)$.

Nivel intermedio

6 **Factoriza** $4a(x^2 - x) - 8b(x^3 - x^2)$.

7 **Factoriza** $8ab(x - y) + 4b^2(x - y)$.

8 **Factoriza** $4x(3xa + ay) - 2(3bx + by)$.

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

9 **Factoriza** $a(ab + ac - ad) - b(b^2 + bc - bd)$

10 **Factoriza**

$a(ab + bc - ac) - b(a^2b + abc - a^2c)$

Nivel avanzado

11 **Factoriza** $x^2y^2 + x^2yz + xy^2z + xyz^2$

12 **Factoriza** $m^2 + m + mn + n$.

13 Si $a = 7$ y $a + 2b + c = 11$, **calcula:**

$a^2 + 2ab + ac + 3a + 6b + 3c$

14 Si $x + y = -3$ y $a + b - c = 13$, **calcula**

$E = ax + ay + bx + by - cx - cy$

Tarea

1 **Factoriza** las expresiones:

a) $a(x + 3) + b(x + 3)$ b) $a(x - y) - b(x - y)$

2 **Factoriza** las expresiones:

$a(n - 1) + b(n - 1) - c(n - 1)$

b) $m(x - y) - n(x - y) - px + py$

3 **Factoriza** las expresiones:

a) $xn - x + yn - y - zn + z$

b) $x^2 + xy - x - y$

4 Si $2a^2 + 2ab + 3a + 3b = 10$, **calcula**

$E = 5(2a + 3)(a + b)$

Multiplicación polinomial

Factorización por productos notables

Recordemos los productos notables que hemos visto:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$
$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

Ahora partimos del desarrollo y buscamos la multiplicación de la que proviene:

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$
$$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$$
$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

VIDEO DE TEORÍA

Para factorizar como binomio al cuadrado se debe verificar que la expresión a factorizar sea un trinomio cuadrado perfecto. Veamos con el siguiente ejemplo:

$9x^2 + 12xy + 4y^2$

$(3x)^2 \quad 2(3x)(2y) \quad (2y)^2$

$$9x^2 + 12xy + 4y^2 = (3x + 2y)^2$$

Ejemplo 1

Factoriza las siguientes expresiones:

a) $a^2 + 2ab + b^2$

b) $m^2 - 2mn + n^2$

c) $a^2 - b^2$

Resolviendo:

a) $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

b) $m^2 - 2mn + n^2 = (m - n)^2$

c) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Ejemplo 2

Factoriza las siguientes expresiones:

a) $a^2 + 2a + 1$

b) $x^2 - 2x + 1$

c) $a^2 - 1$

Resolviendo:

a) $a^2 + 2a + 1 = (a + 1)^2$

b) $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$

c) $a^2 - 1 = (a + 1)(a - 1)$

Ejemplo 3

¿Cuáles de las siguientes expresiones es un trinomio cuadrado perfecto?

a) $a^2 + 4ab + 4b^2$

b) $9m^2 - 6mn + n^2$

c) $4m^2 - 6mn + 9n^2$

Resolviendo:

a) $a^2 + 4ab + 4b^2$ — Es un trinomio cuadrado perfecto

$a^2 \quad 2(a)(2b) \quad (2b)^2$

b) $9m^2 - 6mn + n^2$ — Es un trinomio cuadrado perfecto

$(3m)^2 \quad 2(3m)(n) \quad n^2$

c) $4m^2 - 6mn + 9n^2$ — No es un trinomio cuadrado perfecto. Falta el factor 2 del término central.

$(2m)^2 \quad (2m)(3n) \quad (3n)^2$

Ten en cuenta

Trinomio cuadrado perfecto

Las expresiones que tienen las formas:

$$x^2 + 2xy + y^2$$
$$x^2 - 2xy + y^2$$

Se llaman "trinomio cuadrado perfecto" porque provienen de un binomio al cuadrado.

- $x^2 + 2x + 1$
- $x^2 + 4x + 4$
- $4x^2 - 12x + 9$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

GENIOMATIC

Ejemplo 8

Simplifica la expresión $E = \dfrac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{ab}$

Resolviendo:

- En el numerador:

$(a+b)^2 - (a-b)^2$

$= [(a + \cancel{b}) + (a - \cancel{b})]\,[(\cancel{a} + b) - (\cancel{a} - b)]$

$= [2a][2b] = 4ab$

- Reemplazando: $E = \dfrac{4ab}{ab} = 4$

Ejemplo 9

La expresión factorizada de $x^2 + 6x + 9$ es de la forma $(x + a)^b$. **Halla** el valor de $T = 2a + b$.

Resolviendo:

$x^2 + 6x + 9 = (x)^2 + 2(x)(3) + (3)^2 = (x + 3)^2$

Comparando con la forma, se deduce:

$a = 3\ ;\ b = 2$

Luego se pide: $T = 2a + b = 2(3) + 2 = 8$

Nivel básico

1 **Factoriza** las siguientes expresiones:

a) $r^2 + 2rs + s^2$ b) $p^2 - 2pq + q^2$

2 **Factoriza** las siguientes expresiones:

a) $x^2 + 4x + 4$ b) $y^2 - 6y + 9$

3 **Factoriza** las siguientes expresiones:

a) $9 - x^2$ b) $25 - 10y + y^2$

4 **Factoriza** las siguientes expresiones:

a) $9 + 6x + x^2$ b) $25 - y^2$

5 **Factoriza las** siguientes expresiones:

a) $4x^2 - 1$ b) $9y^2 - 6y + 1$

Nivel intermedio

6 **Factoriza** las siguientes expresiones:

a) $4x^2 + 4x + 1$ b) $9y^2 - 1$

7 **Factoriza** las siguientes expresiones:

a) $x^2 + 2x + 1$ b) $x^4 - 2x^2 + 1$

8 **Factoriza** las siguientes expresiones:

a) $9x^2 - 4y^2$ b) $16x^2 + 24xy + 9y^2$

9 **Factoriza** las siguientes expresiones:

a) $9x^2 + 12xy + 4y^2$ b) $16x^2 - 9y^2$

10 **Simplifica** la expresión $E = \frac{a^2 - b^2}{a + b} + \frac{a^2 - b^2}{a - b}$

12 **Simplifica** $H = \frac{50^2 - 49^2}{\sqrt{111^2 - 2(111)(100) + (100)^2}}$

13 **Reduce** $G = \frac{50^2 + 2(50)(40) + 40^2}{30^2 - 20^2}$

Nivel avanzado

11 **Simplifica** la expresión: $E = \frac{(a + b)^2 + (a - b)^2}{a^2 + b^2}$

14 **Simplifica** la expresión.

$G = \frac{34^2 - 18^2}{52} + \frac{22^2 + 28^2 + 2(22)(28)}{50}$

Tarea

1 **Factoriza** las siguientes expresiones:

a) $c^2 + 2cd + d^2$ b) $u^2 - v^2$

2 Sean los polinomios:

$A = 3x^2 - 2x - 3$ $B = 6x - 2x^2 + 7$

Halla la expresión factorizada de A + B.

3 **Simplifica** $L = \frac{5 \times [25^2 + 2(25)(35) + 35^2]}{55^2 - 5^2}$

4 **Simplifica** la expresión: $E = \frac{89^2 - 88^2}{\sqrt{85^2 + 2 \cdot 85 \cdot 82 + 82^2}}$

GENIOMATIC

Ecuaciones I

Reducción de términos semejantes y multiplicación algebraica.

VIDEO DE TEORÍA

Ecuaciones lineales de la forma: $x + a = b$ y $ax = b$

Uno de los objetivos fundamentales del Álgebra es la resolución de ecuaciones. Es que mediante las ecuaciones se resuelven casi todos los problemas matemáticos.

• Igualdad algebraica

Es una igualdad de dos expresiones algebraicas. La expresión a la izquierda del signo igual se llama **primer miembro** y la que está a la derecha, **segundo miembro.**

$$\underbrace{4x + 9}_{\text{Primer miembro}} = \underbrace{5y - 7}_{\text{Segundo miembro}} \leftarrow \text{Igualdad algebraica}$$

• Identidad y ecuación

Hay dos clases de igualdad en Álgebra, una donde un miembro es el resultado de operar el otro, que se llama **identidad**, y otra, donde no se sabe qué número representa la variable, que se llama **ecuación.**

Identidad: $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ Ecuación: $2x + 3 = 10$

Una **ecuación** es una igualdad de dos expresiones algebraicas en la que la variable representa un valor desconocido, razón por la que se llama **incógnita**, y tiene como objetivo encontrar ese valor tal que al reemplazarlo en la ecuación se debe verificar una igualdad numérica.

En la ecuación: $2x - 3 = 5$ (x es la incógnita)

Para $x = 5$ resulta: $2 \cdot 5 - 3 = 5$

$7 = 5$ ← No es correcta

Para $x = 4$ resulta: $2 \cdot 4 - 3 = 5$

$5 = 5$ ← Es correcta

Se dice que $x = 4$ es solución de la ecuación $2x - 3 = 5$.

• Resolver una ecuación

Resolver una ecuación es encontrar el valor de la incógnita que al ser reemplazada en la ecuación hace que la igualdad se verifique. Una ecuación se puede resolver de muchas maneras, desde mentalmente hasta usando técnicas complejas.

Ecuación de la forma $x + a = b$

Por ejemplo la ecuación $x + 7 = 13$ es de la forma $x + a = b$.

Esta ecuación equivale a la pregunta: ¿qué número sumado con 7 da 13? Y la respuesta es 6. Así, la solución es $x = 6$.

Ten en cuenta

Clasificación de las ecuaciones polinomiales

Las ecuaciones se clasifican de acuerdo a diversos criterios.

Según el grado:

Ecuaciones de primer grado o lineales.
- $x + 5 = 13$
- $3x - 4 = 2$

Ecuaciones de segundo grado o cuadráticas.
- $x^2 = 25$
- $x^2 - 2x + 4 = 0$

Ecuaciones de tercer grado o cúbicas.
- $x^3 = 27$
- $x^3 - 2x^2 + 3 = 15$

Ecuaciones de cuarto grado, quinto grado, etc.

Según el número de incógnitas

Ecuaciones de una incógnita:
- $x + 4 = 27$
- $2x^2 - 3 = 15$

Ecuaciones de dos incógnitas:
- $x + y = 8$
- $2a - 3b = 10$

Si las ecuaciones tienen dos o más incógnitas, se dice que forman un sistema de ecuaciones. Para resolver el sistema debe haber tantas incógnitas como ecuaciones.

Ecuación de la forma $ax = b$

La ecuación $4x = 12$ equivale a la pregunta: ¿qué número multiplicado por 4 da 12? La respuesta es 3. Así, la solución es $x = 3$.

• Transposición de términos

Un método de resolución de ecuaciones está basado en las propiedades de la igualdad y se llama transposición de términos. Observa los ejemplos:

- $x + 7 = 13$

  $x + 7 - 7 = 13 - 7$

  $x = 13 - 7 \Rightarrow x = 6$

- $4x = 12$

  $4x \cdot \frac{1}{4} = 12 \cdot \frac{1}{4}$

  $x = \frac{12}{4} \Rightarrow x = 3$

En **forma práctica**, los términos que están sumando o restando se los transpone con el signo opuesto al otro miembro y los términos que están multiplicando o dividiendo en un miembro, se los transpone al otro, dividiendo y multiplicando, respectivamente.

Ejemplo 1

Resuelve:

$5x + 4 - 3x = 8 - 2x + 16$

Resolviendo:

$5x - 3x + 2x = 8 + 16 - 4$

$2x + 2x = 24 - 4$

$4x = 20$

$x = \frac{20}{4} \Rightarrow x = 5$

Ejemplo 2

Resuelve:

$2(x + 2) - 6 + 5x = 4(x - 2) + 9$

Resolviendo:

$2x + 4 - 6 + 5x = 4x - 8 + 9$

$2x + 5x - 4x = -8 + 9 - 4 + 6$

$7x - 4x = 1 - 4 + 6$

$3x = 3 \Rightarrow x = 1$

Ejemplo 3

Si $a + b = 6$, **halla** el valor de x en la siguiente ecuación:

$5x - 4a = x + 2(x + 2b)$

Resolviendo:

Despejando la incógnita de la ecuación.

$5x - 4a = x + 2x + 4b$

$5x - x - 2x = 4a + 4b$

$4x - 2x = 4(a + b)$

$2x = 4(a + b)$

Reemplazando el valor de la condición:

$2x = 4(6)$

$2x = 24$

$x = \frac{24}{2} \Rightarrow x = 12$

Ten en cuenta

Propiedades de la igualdad

Si a ambos miembros de una igualdad se suma o se resta el mismo número, la igualdad se mantiene.

- $x - 3 = 15$

  $x - 3 + 3 = 15 + 3$

  $\Rightarrow x = 18$

- $x + 7 = 12$

  $x + 7 - 7 = 12 - 7$

  $\Rightarrow x = 5$

Si a ambos miembros de una igualdad se multiplica o se divide por el mismo número, la igualdad se mantiene.

- $5x = 15$

  $5x \div 5 = 15 \div 5 \Rightarrow x = 3$

- $\frac{x}{6} = 3$

  $\frac{x}{6} \cdot 6 = 3 \cdot 6 \Rightarrow x = 18$

Nivel básico

1 En cada recuadro **escribe** el número que verifique la igualdad.

a) $\square + 6 = 14$

b) $18 - \square = 6$

c) $13 - \square = 9$

c) $13 = \square - 7$

2 En cada recuadro **escribe** el número que verifique la igualdad.

a) $\square - 7 = 14$

b) $12 - \square = -15$

c) $8 - \square = 14$

c) $-10 = \square - 7$

3 **Resuelve** las ecuaciones:

a) $5x - 12 = 4x + 13$ b) $2x + 14 = 3x - 5$

4 **Resuelve** las ecuaciones:

a) $7 - 2x = 15 - 4x + 13$ b) $2 - 3x = 3x - 10$

5 **Resuelve** las ecuaciones:

a) $\frac{x}{5} = 15$ b) $\frac{-x}{5} = 12$ c) $\frac{x}{3} = -7$

Nivel intermedio

6 **Resuelve** las ecuaciones:

a) $\frac{3x}{5} = 15$ b) $\frac{4x}{7} = 24$ c) $\frac{5x}{8} = 55$

7 **Halla** el valor de x en:

$3(2x + 4) - 2(2x + 4) = 8 + x$

8 Si $3a - 5 = a + 7$, **halla** el valor de x en:

$4(x + a) = 3x - 2a$

9 Si $5(a + 2) = a + 2(a + 7)$, **halla** el valor de x en la ecuación: $a(x + a) + 4 = 10$.

10 Si $a + b = 5$, **halla** el valor de x en la ecuación: $3(x - a) - 5 = x + b + 2(b + 1)$.

Nivel avanzado

11 **Halla** el valor de x en la siguiente ecuación:

$$2(x + a) + 3(x - 4) = 4x + 2(a + 3)$$

12 **Halla** el valor de x en la ecuación:

$$\underbrace{x + x + \ldots + x}_{\text{20 veces}} - 18(x + 2) = 4$$

13 Si $a + b = 3$, **halla** el valor de x en la ecuación: $3x + 2a = 18 - 2b$.

14 Si $a + b = 1$; además $x - 3a = 3b + 2$, **halla** el valor de y en la ecuación: $3(y - 2x) - 7 = 8$.

Tarea

1 **Halla** el valor de x en la ecuación:

$$4(x - 3) + x + 5 = 2(x + 3) + 5$$

2 Si $a + b = 4$, **halla** el valor de x en:

$$5(x - a) = 3(x + b) + 2(b - 3)$$

3 De las ecuaciones: $3(a + 2) - 6 = 9$

$5(b - 1) - 3 = 2$

$8(c - 1) - 16 = 4(c + 2)$,

halla el valor de x, en: $a(x + b) - 3a = 6c$.

4 **Resuelve** la siguiente ecuación:

$$4(x + a) + 3(1 + b) = 8 + 4(a + b) - (x + b)$$

GENIOMATIC

Reforzando - Unidad 6

1 La letra x representa un número entero, tal que al reemplazarla hace que la fracción:

$$\frac{12}{3+\left(\frac{x}{3}\right)}$$

sea igual a 3. ¿Cuál es ese número?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

2 ¿Qué valor debe tomar a para que la solución de la ecuación $ax - 3 = 2x$ sea 3?

C) 0 B) 1 C) 2 D) 3

3 El número anterior a x^2 es:

A) $2x - 1$ B) $(x + 1)(x - 1)$
C) $2(x + 1)(x - 1)$ D) $2(x - 1)$

4 Determina la veracidad (V) o la falsedad (F) de las siguientes igualdades:

I. $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

II. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

III. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$

A) VFV B) FVV C) VFF D) FVF

5 Determina la veracidad (V) o la falsedad (F) de las siguientes igualdades:

I. $a^2 - 1 = (a + 1)(a - 1)$

II. $(a^2 + b^2)^2 = a^4 + 4a^2b^2 + b^4$

III. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

A) VFF B) VFV C) VVF D) FVF

6 ¿Cuál de las siguientes expresiones se factoriza en la forma $(2x + 1)(2x - 1)$?

a) $4x^2 - 1$ b) $4x^2 + 1$
c) $2x^2 - 1$ d) $4x^2 - 4$

7 La solución de la ecuación $ax + bx = a + b$ es:

A) a + b B) a C) b D) 1

Olimpiadas nacionales e internacionales

8 En el huerto de don Fabio, hay x plantas de naranjas navelina y y plantas de naranjas valencia. Cada planta de la variedad navelina produce n frutos y de la veriedad valencia, m frutos. ¿Cuál es la expresión que representa la producción de naranjas del huerto de don Fabio?

A) $(n + m)(x + y)$ B) $nx + m + y$
C) $nm(x + y)$ D) $nx + my$

9 En una fábrica, los empleados ganan a soles y los obreros, b soles. En la fábrica trabajan x empleados e igual número de obreros. Si se contratan 2 empleados y dos obreros nuevos, ¿cuál sería el gasto de planilla?

A) $(x + 2)(a + b)$ B) $(x + a)(x + b)$
C) $2x(a + b)$ D) $x(a + b)$

10 $x^2 + 2x$ es el número central de tres números consecutivos. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

A) El menor es $(x - 1)^2$
B) El mayor es $(x + 1)^2$
C) El menor es $x^2 + x$
D) El mayor es $x^2 + 3x$

11 Celina tiene a soles, Valia tiene a veces a soles. Nidia tiene el doble de lo que tiene Celina, y Amelia, un sol más que Nidia. ¿Cuánto tienen entre Valia y Amelia juntas?

A) $2(a + 1)$ B) $(a - 1)^2$
C) $(a + 1)^2$ D) $a^2 + 3a + 1$

12 Mariela y su esposo fueron de compras al supermercado. Mariela compró $(x + y)$ objetos de a soles, mientras que el esposo compró también $(x + y)$ objetos pero de b soles cada uno. ¿Cuánto gastaron entre los dos?

A) $2ax + 2ay$ B) $2(ax + ay)$
C) $(a + b)(x + y)$ D) $ab(x + y)$

13 Al factorizar la expresión:
$a(x + y) + b(x + y) + c(x + y)$ resulta:

14 Factoriza la expresión:
$$ax^2 + bx^2 + ay^2 + by^2$$

15 En la siguiente igualdad, el valor de x es:
$$x(2x + 3) = 2x^2 + 18$$

16 Determina la falsedad (F) o la veracidad (V) de las siguientes igualdades:

a) $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$
b) $a^2 - 1 = (a + 1)(a - 1)$
c) $b^2 - 2b + 1 = (b - 1)^2$

17 Determina la falsedad (F) o veracidad (V) de las siguientes afirmaciones:

a) El cuadrado de $(x + 1)$ es $x^2 + 2x + 1$
b) El anterior de a^2 es $(a + 1)(a - 1)$
c) El doble de $x + 2$ es $2x + 2$

18 Luego de efectuar la multiplicación, reducir los términos semejantes y factorizar:
$$3a(x - y) - b(2x - 2y)$$
¿Cuál es la expresión que se obtiene?

19 Juan le dio las siguientes instrucciones a su hermano menor:

1. Piensa un número.
2. Réstale 3.
3. Multiplícalo por 2.
4. Réstale 4.
5. Réstale el número que habías pensado.
6. Dime: ¿Qué resultado te dio?

Su hermano le contestó 38. Después de escuchar esto, Juan supo cuál era el número que había pensado su hermano.
¿Qué número pensó el hermano de Juan?

20 En una farmacia se vendieron x pomadas a n soles y y lociones a m soles. El importe de la venta de lociones y pomadas es:

21 Mientras Miranda paseaba por el campo observó que en un árbol se posaban $3x$ loros. Luego de algunos minutos contó los loros que quedaban en el árbol y obtuvo 13. ¿Cuántos habían volado?

22 La profesora Mariana pidió a los alumnos factorizar $x^4 + x^3 + x^2$. Luego de algunos minutos entregaron sus resultados como sigue:
Mabel: x^9
Isaac: $x(x^3 + x^2 + x)$
Sandro: $x^2(x^2 + x + 1)$
¿Quién de los tres factorizó correctamente?

23 En el colegio de Miriam hay dos salones de sexto grado. En un salón hay x hombres y y mujeres, mientras que en el otro salón hay y hombres y x mujeres. Para hacer un regalo a la directora del colegio acordaron aportar todos los alumnos de sexto grado: a soles cada varón y b soles cada mujer. Deduce la expresión que representa la recaudación total.

24 Fernando consume a la semana h helados y g gaseosas. Su profesora le ha recomendado que baje el consumo de estos productos. Fernando, obediente, consume 2 helados y 2 gaseosas menos por semana. A este nuevo ritmo, ¿cuál es su consumo de los mencionados productos en a semanas?

25 Aldo pesó su perrito "Dogi" y comprobó que pesaba x gramos. Desde ese día empezó a pesarlo todos los días y observó que diariamente "Dogi" aumentaba 2 gramos de peso. ¿A los cuántos días, después de la primera pesada, "Dogi" pesará $3x$ gramos?

26 Úrsula lee todos los días x páginas de un libro en la mañana y y páginas en la tarde. Luego de a días de seguir esta secuencia cambia, de modo que lee y páginas en la mañana y x páginas en la tarde y en b días más termina de leer el libro. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

Autoevaluación

1 En la siguiente igualdad:

$x(3x + 4) = 3x^2 + 24$, el valor de x es:

2 Flor y su esposo fueron de compras al supermercado. Flor compró $(x + y)$ objetos de a soles, mientras que el esposo compró también $(x + y)$ objetos pero de b soles cada uno. ¿Cuánto más que Flor gastó el esposo?

3 Las autoridades de una comunidad capturaron x reses y y caballos en el terreno comunal y los encerraron para que los dueños vayan a reclamar pagando una multa de a soles por cada res y b soles por cada caballo. ¿Cuánto esperan recaudar las autoridades por la captura?

4 Sustenta que el consecutivo de $x^2 - 2$ es $(x + 1)(x - 1)$.

5 Mariela ha preparado tamales para venderlos a 2 soles cada uno. Cuando ya vendió por valor de 30 soles hace sus cálculos y concluye que vendiendo todos los tamales tendrá un ingreso de 66 soles. ¿Cuántos tamales le quedan por vender?

6 En una laguna se observan $3x$ patos cada una con 5 patitos. Si entre patas y patitos hacen 72 aves, ¿cuántos patitos hay en total?

Ecuaciones lineales

Ecuaciones II

Ecuaciones lineales de la forma: $\frac{(ax + b)}{c} = d$

La ecuación $\frac{x + 6}{3} = 5$ equivale a dos preguntas

- ¿Qué número dividido entre 3 da 5? Respuesta: 15
- ¿Qué número sumado con 6 es 15? Respuesta: 9

$\therefore x = 9$ es la solución de la ecuación.

VIDEO DE TEORÍA

Como dijimos en el capítulo anterior, no hay una sola forma de resolver una ecuación.

Lo que no se debe olvidar es que el objetivo de la ecuación es encontrar el valor que esconde la incógnita, en la forma que fuera, de modo tal que al reemplazar la incógnita por el valor encontrado se debe verificar una igualdad numérica.

Ahora resolvamos la ecuación $\frac{x + 6}{3} = 5$ por transposición de términos:

$$x + 6 = 5 \cdot 3$$
$$x = 15 - 6 \Rightarrow x = 9$$

En la ecuación $\frac{3x}{4} + \frac{x}{6} = 11$ no podemos transponer multiplicando los denominadores 4 ni 6.

Un modo de resolver es eliminando denominadores. Se elimina multiplicando ambos miembros por un número conveniente y luego aplicando la propiedad distributiva de la multiplicación. Observa con atención:

$$\frac{3x}{4} + \frac{x}{6} = 11$$

- Multiplicamos ambos miembro por 12: ↑ MCM(4; 6)

$$12\left(\frac{3x}{4} + \frac{x}{6}\right) = 12 \cdot 11$$

- Propiedad distributiva en el 1° miembro:

$$\overset{3}{\cancel{12}} \times \frac{3x}{\cancel{4}_{1}} + \overset{2}{\cancel{12}} \times \frac{x}{\cancel{6}_{1}} = 12 \cdot 11$$
$$3 \cdot 3x + 2 \cdot x = 12 \cdot 11$$
$$9x + 2x = 12 \cdot 11$$

- Dividiendo ambos miembro ÷11:

$$\cancel{11}x = 12 \cdot \cancel{11} \Rightarrow x = 12$$

En forma práctica, si en una ecuación hay términos fraccionarios, el MCM de los denominadores se divide entre cada uno de ellos y el cociente se multiplica por el numerador, dejando el MCM como denominador de la nueva fracción generada. Luego, se procede como en cualquier ecuación lineal.

Ten en cuenta

Transposición de términos

Para transponer un término al otro miembro, multiplicando, es necesario que esté dividiendo a todo el miembro donde se encuentra.

En $\frac{x}{6} + 3 = 12$, el 6 no se puede transponer multiplicando, porque no divide a todo el primer miembro. Previamente hay que transponer el 3.

$$\frac{x}{6} = 12 - 3$$
$$\frac{x}{6} = 9$$
$$x = 9 \cdot 6 \Rightarrow x = 54$$

Para transponer un término al otro miembro, dividiendo, es necesario que esté multiplicando a todo el miembro donde se encuentra.

En $4x + 11 = 23$ no podemos transponer el 4 dividiendo porque no está multiplicando a todo el primer miembro. Previamente hay que transponer el 11:

$$4x + 11 = 23$$
$$4x = 23 - 11$$
$$4x = 12 \Rightarrow x = 3$$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 1

Si $\frac{3a+5}{2} = a+5$, **halla** el valor de x en:

$$\frac{x-a}{2} + \frac{x}{3} = a$$

Resolviendo:

$3a + 5 = 2(a) + 2(5)$

$3a + 5 = 2a + 10$

$3a - 2a = 10 - 5$

$\Rightarrow a = 5$

Reemplazando

$$\frac{x-5}{2} + \frac{x}{3} = 5$$

$3(x - 5) + 2x = 30$

$3x - 15 + 2x = 30$

$3x + 2x = 30 + 15$

$5x = 45 \Rightarrow x = 9$

Ejemplo 2

Si $a + b = 3$, **halla** el valor de x en la siguiente ecuación: $\frac{2x-a}{3} + \frac{1}{2} = \frac{x+b}{4} + \frac{b}{12}$

Resolviendo:

MCM(2; 3; 4; 12) = 12

$4(2x - a) + 6(1) = 3(x + b) + b(1)$

$8x - 4a + 6 = 3x + 3b + b$

$8x - 3x = 4a + 4b - 6$

$5x = 4\underbrace{(a+b)}_{3} - 6$

$5x = 4(3) - 6$

$5x = 12 - 6 = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{5}$

Nivel básico

1 **Resuelve:** a) $\frac{x+2}{4} = 3$ b) $\frac{x-3}{6} = 2$

2 **Resuelve:** a) $\frac{2x+1}{3} = 5$ b) $\frac{3x-4}{7} = 2$

3 **Resuelve:** a) $\frac{2x}{5} + 1 = 7$ b) $\frac{3x}{5} - 4 = 8$

4 **Resuelve:** a) $\frac{2x+1}{5} - 2 = 5$ b) $\frac{3x-5}{4} + 3 = 13$

5 **Resuelve:** $\frac{3x+2}{4} = \frac{x+3}{2}$

Nivel intermedio

6 **Resuelve:** $\frac{x+3}{4} + \frac{x}{2} = \frac{3}{2}$

7 **Halla** el valor de x en: $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = \frac{11}{3}$

8 Si $\frac{a+1}{4} - 1 = 3$, **halla** el valor de x en la ecuación $3(x - a) - 6 = 9$.

9 **Halla** el valor de x en la siguiente ecuación:

$$\frac{x+1}{2} + 1 = \frac{1}{2} + \frac{3x}{2}$$

Nivel avanzado

10 **Halla** el valor de x en: $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5 + \frac{5}{2} + \frac{5}{3}$

11 **Resuelve:** $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right) + 3\right] + 4 = 9$

12 Si $\frac{3x}{7} - \frac{1}{5} = \frac{x+3}{5} + \frac{4}{35}$, **halla** el valor de:

$$L = \frac{2}{x} + \frac{x}{3}$$

Tarea

1 **Resuelve** la ecuación: $\frac{x+1}{2} + \frac{x+2}{3} = 2.$

2 Si $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-1}{3} = \frac{x}{2}$, **halla** el valor de $N = x^2 + \frac{4}{x}$

3 Si $a + b = 1$, además $x - 3a = 3b + 2$, **halla** el valor de y en: $y - 2x = \frac{5+y}{2}$

4 **Halla** el valor de x en la siguiente ecuación:

$$\left[\frac{1}{2}\left[\frac{x}{2} - 1\right] - 1\right] - 1 = 3$$

GENIOMATIC

Planteo de ecuaciones

Ecuaciones lineales

Renzo y Luz tienen 50 y 40 soles, respectivamente. Ellos decidieron ahorrar diariamente desde el 1 de marzo: Renzo 3 soles y Luz 4 soles, hasta que ambos tengan la misma suma.

¿Hasta qué fecha tendrán que ahorrar?

VIDEO DE TEORÍA

Plantear una ecuación es expresar en una igualdad un problema que está expresado verbalmente.

Para resolver un problema matemático mediante ecuaciones, existen muchas maneras y no hay reglas fijas. El modo en que uno se hace hábil en la resolución de problemas es mediante la práctica constante y con diversos métodos.

Lo que te brindaremos son las siguientes recomendaciones:

1. Leemos el enunciado y elegimos qué va representar la incógnita:

La elección de la cantidad que va ser representada por la incógnita es clave. No siempre debe ser la que está en la pregunta.

En el problema, vamos a representar con x el número de días que Renzo y Luz deben ahorrar.

2. Tratamos de comprender el problema imaginando la situación. En lo posible representamos con un esquema lo que hemos comprendido.

Luz			Renzo		
tiene		ahorro de x días	tiene		ahorro de x días
40	+	$4x$	50	+	$3x$

Iguales

3. Planteamos la ecuación y resolvemos.

$$40 + 4x = 50 + 3x$$
$$4x - 3x = 50 - 40$$
$$x = 10$$

4. Verificamos la solución.

En 10 días:

- Renzo tiene: $50 + 3 \cdot 10 = 80$
- Luz tiene: $40 + 4 \cdot 10 = 80$

$\therefore$ Deben ahorrar durante 10 días, o sea, hasta 10 de marzo.

Ten en cuenta

Evitar fracciones

En lo posible se debe evitar las fracciones a la hora plantear una ecuación.

Veamos el siguiente ejemplo:

Con la cuarta parte de su ahorro, Ana compró una cartera, y con los dos tercios, unos aretes. ¿Cuánto tenía ahorrado si gastó 110 soles en las compras?

Resolviendo:

Es evidente que lo que debemos encontrar es el importe del ahorro de Ana.

En lugar de designar con x este importe, vamos a representar por $12x$:

- Cartera: $12x \div 4 = 3x$
- Aretes: $\frac{2}{3}(12x) = 8x$
- Gasto:

$$3x + 8x = 110$$
$$11x = 110 \Rightarrow x = 10$$

- Ahorro: $12x = 12 \cdot 10 = 120$

Ana tenía ahorrado S/. 120.

Ejemplo 1

Fabián compró doble número de polos que de camisas, por 408 soles. Los polos le costaron 8 soles y las camisas, 35 soles. ¿Cuántos polos y cuántas camisas compró?

Resolviendo:

Sea x el número de camisas:

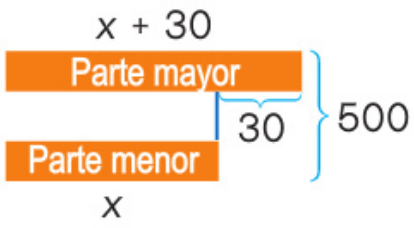
$$35x + 8 \cdot 2x = 408$$
$$51x = 408$$
$$x = 408 \div 51 = 8$$

$\therefore$ Compró 8 camisas y 16 polos

Ejemplo 2

Se reparte 500 soles en dos partes tales que una de ellas es 30 soles mayor que la otra. ¿Cuál es la parte menor?

Resolviendo:



$x + 30 + x = 500$

$2x = 500 - 30$

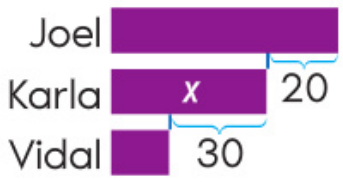
$2x = 470$

$x =$ 235 soles

Ejemplo 3

Entre Joel, Karla y Vidal tienen 350 soles. Joel tiene 20 soles más que Karla y Vidal tiene 30 soles menos que Karla. ¿Cuánto tiene Vidal?

Resolviendo:



$x + 20 + x + x - 30 = 350$

$3x = 350 - 20 + 30$

$3x = 360 \Rightarrow x = 120$

$\therefore$ Vidal tiene $120 - 30 =$ 90 soles

Ejemplo 4

Andrea y Sergio venden empanadas en la calle. Ambos salen con igual cantidad de empanadas. Cuando Sergio ha vendido 20 empanadas y Andrea, 30, a uno de ellos le queda el doble de lo que le queda al otro. ¿Con cuántas empanadas salieron cada uno?

Resolviendo:

Del esquema: $x - 20 = 2(x - 30)$

$x - 20 = 2x - 2 \cdot 30)$

$60 - 20 = 2x - x$

$40 = x$

$\therefore$ Cada uno salió con 40 empanadas.

Nivel básico

1 El doble de un número, aumentado en 12, es igual al quíntuplo del mismo número. ¿Cuál es ese número?

2 Un número sumado con su mitad es 15. El triple de dicho número es:

3 La suma de tres números consecutivos es 126. **Halla** el mayor de los números:

4 El triple de un número, aumentado en 18, es igual al quíntuplo del mismo número. ¿Cuál es ese número?

5 Rocío y Claudia se van a repartir 80 caramelos. Claudia recibe 30 caramelos menos que rocío. ¿Cuántos caramelos recibe Claudia?

Nivel intermedio

6 La suma de tres números es 238. El primero excede al duplo del segundo en 8 y al tercero en 18. **Halla** los números.

7 **Divide** 254 en tres partes tales que la segunda sea el triple de la primera y 40 unidades mayor que la tercera.

8 La suma de tres números es 72. El segundo es 1/5 del tercero y el primero excede al tercero en 6. **Halla** los números.

9 Una varilla de 74 cm de longitud se ha pintado de azul y blanco. La parte pintada de azul excede en 14 cm al doble de la parte pintada de blanco. **Halla** la longitud de la parte pintada de cada color.

10 El exceso de un número sobre 80 equivale al exceso de 220 sobre el duplo del número. **Halla** el número.

Nivel avanzado

11 Dora dice: Si agregas 37 soles a 6 veces lo que tengo, obtienes 349 soles. ¿Cuánto tiene Dora?

12 Manuel tiene 600 soles en dos bolsas. Si de la bolsa que tiene más dinero saca 80 soles y los pasa a la otra bolsa, ambas tendrían igual cantidad de dinero. ¿Cuánto tiene cada bolsa?

13 Tenía cierta suma de dinero. Ahorré una suma igual a lo que tenía y gasté 50 soles; luego ahorré una suma igual al doble de lo que me quedaba y gasté 390 soles. Si ahora no tengo nada, ¿cuánto tenía al principio?

14 Un comerciante compró trajes de dos calidades por 1624 soles. De la mejor calidad compró 32 trajes y de la calidad inferior 18. Si cada traje de la mejor calidad le costó 7 soles más que cada traje de la calidad inferior, ¿cuál era el precio de un traje de cada calidad?

Tarea

1 **Halla** un número cuyo quíntuplo disminuido en 20 es igual a su duplo, aumentado en 10.

2 Un conjunto de 60 alumnos está separado en dos grupos. El grupo que toma clases de artes plásticas es el cuadrúple del que toma clases de música. ¿Cuántos alumnos hay en cada grupo?

3 A una función de cine ingresan una cantidad de niños y 12 adultos. Si los adultos pagan 5 soles y los niños 3 y se recaudó 84 soles, ¿cuántos niños entraron?

4 Las edades de un padre y su hijo suman 83 años. La edad del padre excede en 3 años al triple de la edad del hijo. **Halla** ambas edades.

Desigualdades e intervalos

Operaciones con conjuntos

Animales terrestres más veloces

Nombre	Velocidad
Guepardo	115 km/h
Tigre siberiano	95 km/h
Avestruz	90 km/h
Ardilla de las Carolinas	88 km/h
Antílope americano	80 km/h

VIDEO DE TEORÍA

Entre los animales terrestres hay algunos que corren muy rápido y otros muy despacio. Es posible ordenar los animales de acuerdo a la máxima velocidad que alcanzan.

Análogamente, cuando ubicamos los números en la recta numérica, cada uno tiene su lugar, por eso se dice que el conjunto de los números enteros es ordenado.

En los números enteros se establecen las relaciones "mayor que", "menor que" e "igual que", llamadas relaciones de orden, tal que para dos números enteros *a* y *b*, solo caben tres posibilidades: "*a* menor que *b*", "*a* mayor que *b*" o "*a* igual que *b*" (Ley de tricotomía).

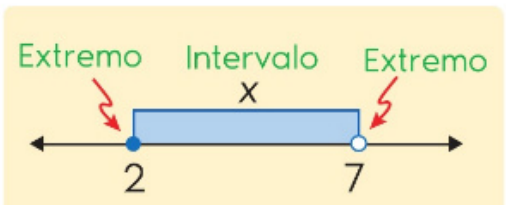
Una desigualdad es una relación de orden entre dos números diferentes, tal que uno es mayor (>) o menor (<) que el otro.

Mayor que	Menor que	Menor o igual	Mayor o igual
$12 > 10$	$14 < 20$	$12 \leq 12$	$10 \geq 8$
12 es mayor que 10	14 es menor que 20	12 es menor o igual que 12	10 es mayor o igual que 8

Intervalo

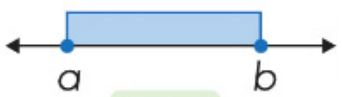
Es un conjunto de números comprendido entre dos números llamados **extremos.**

Si incluye los dos extremos se dice que es **cerrado**, si incluye uno solo, **semiabierto** y si no incluye ninguno, **abierto.**



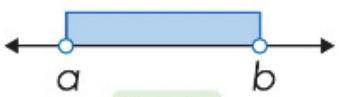
$2 \leq x < 7 \Leftrightarrow x \in [2; 7\rangle$

Intervalo cerrado



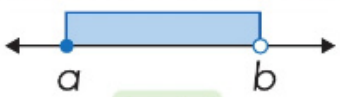
$[a; b]$

Intervalo abierto



$\langle a; b\rangle$

Intervalo semiabierto

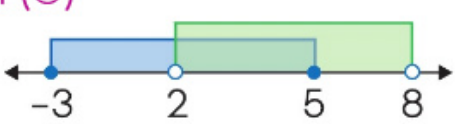


$[a; b\rangle$

Operaciones con intervalos

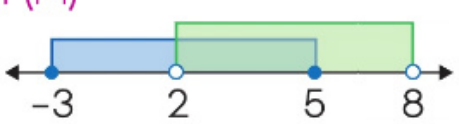
Como los intervalos son conjuntos podemos hallar la unión y la intersección de intervalos. Dados los intervalos A = [−3; 5] y B = ⟨2; 8⟩:

Unión (∪)



$A \cup B = [-3; 8\rangle$

Intersección (∩)

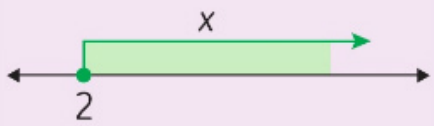


$A \cap B = \langle 2; 5]$

Ten en cuenta

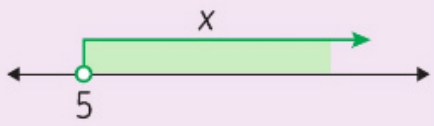
Intervalos infinitos

Hay intervalos que tienen un solo extremo: un extremo superior o un extremo inferior. Estos intervalos se llaman intervalos infinitos.

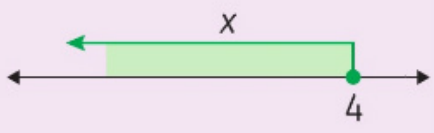


$x \geq 2 \Leftrightarrow x \in [2; +\infty\rangle$

más infinito

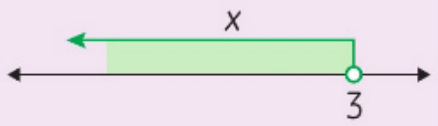


$x > 5 \Leftrightarrow x \in \langle 5; +\infty\rangle$



$x \leq 4 \Leftrightarrow x \in \langle -\infty; 4]$

menos infinito



$x < 3 \Leftrightarrow x \in \langle -\infty; 3\rangle$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 1

Representa gráficamente los intervalos:

a) $[-5; 6]$ b) $\langle 3; 7\rangle$

Resolviendo:

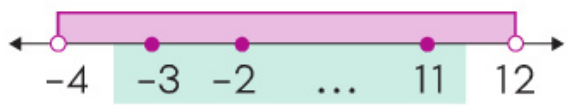
a)

b)

Ejemplo 2

¿Cuántos números enteros hay entre -4 y 12?

Resolviendo:



Cantidad de números enteros desde -3 hasta 11:

$$11 - (-4) = 11 + 4 = 15$$

Ejemplo 3

¿Cuántos enteros pertenecen a los intervalos $[-7; 9\rangle$ y $[1; 15]$?

Resolviendo:

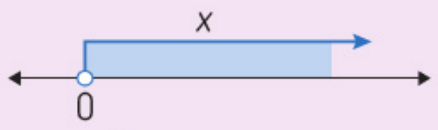
Los enteros que pertenecen a los dos intervalos son los que están en la intersección:

$\therefore$ {1; 2; ...; 7; 8}, son 8 - 0 = 8 números

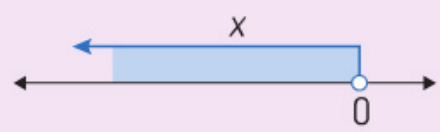
Ten en cuenta

Números positivos y negativos

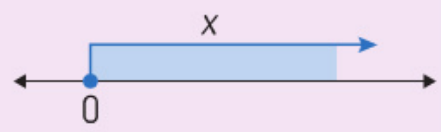
Los números negativos son menores que cero y los positivos, mayores que cero.



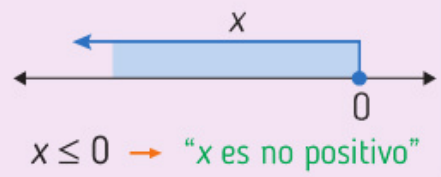
$x > 0$ → "x es positivo"



$x < 0$ → "x es negativo"



$x \geq 0$ → "x es no negativo"



$x \leq 0$ → "x es no positivo"

Nivel básico

1 **Representa** gráficamente los intervalos:

a) $[-1; 4]$ b) $[5; +\infty\rangle$

2 En cada caso, **representa** mediante un intervalo los valores que representa x:

a) $-5 \leq x \leq 10$ b) $x \leq 3$

3 ¿Cuántos números enteros satisfacen la desigualdad $-6 < x \leq 18$?

4 ¿En qué intervalo abierto se encuentra el conjunto $\{-8; -7; \ldots; 16; 17\}$?

5 **Representa** gráficamente el conjunto de números enteros que no pertenecen al intervalo $[-2; +\infty\rangle$.

Nivel intermedio

6 Se sabe que $a < 10$ y $a > 3$.

¿Cuántos valores enteros puede tomar a?

7 Si $a \leq 10$; además $a > 2$, ¿cuántos valores enteros puede tomar a?

8 Dadas las desigualdades:

$$3 < a; \quad a < b; \quad b < c; \quad c < 7,$$

halla el valor de: $P = \dfrac{a + c}{b}$; $a, b, c \in \mathbb{Z}$

9 **Halla** la suma de todos los números enteros positivos menores que 13.

10 Al sumar miembro a miembro las desigualdades:

$$a < x < 7$$
$$5 < y < b$$

se obtiene: $9 < x + y < 16$.

Halla el valor de $P = a + b$.

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Nivel avanzado

11 ¿Cuál es el número impar que se halla comprendido entre las siguientes desigualdades?

$$8 < x < 16$$
$$x > 12$$
$$3x < 45 \Rightarrow x < 15$$

12 De las siguientes desigualdades:

$$2 < a;\ a < b;\ b < c;\ c < 6,$$

halla el valor de: $P = a + b + c$.

Se sabe que a, b y c son números enteros positivos.

13 Al sumar miembro a miembro las desigualdades: $2 < x < 2a$ y $3b < y < 20$

se obtiene: $14 < x + y < 34$. **Halla** el valor de $T = a + b$.

14 Sean las desigualdades:

$$2 < x < 12$$
$$4 < y < 13$$

Halla la suma de los números naturales comunes a ambas desigualdades.

Tarea

1 **Representa** gráficamente los intervalos:

a) $[-3; 7\rangle$ b) $\langle -9; -2]$

2 **Determina** la unión y la intersección de los intervalos $A = -7 \leq x \leq 8$ y $B = -3 < x \leq 2$.

3 Se tienen las siguientes desigualdades:

$$5 < a;\quad a < b;\quad b < c;\quad c < 9$$

donde a, b y c, son números enteros, **Halla** el valor de $K = a + b - c$.

4 Sea x la cantidad de números enteros que son menores que 10 pero mayores que 2 y sea y la cantidad de números enteros impares menores que 10. **Halla** el valor de $R = x + y$.

Reforzando - Unidad 7

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Sebastián compró una bicicleta y un televisor. El televisor le costó el doble de la bicicleta. Si por ambos pagó 2700 soles, ¿cuánto pagó por el televisor?

A) S/. 1800 B) S/. 900
C) S/. 1200 D) S/. 1500

2 Jesús compró un terno: saco y pantalones, por 450 soles. Si por el saco pagó S/. 250 soles, ¿cuánto pagó por los pantalones?

A) S/. 180 B) S/. 210
C) S/. 200 D) S/. 230

3 El número de gallinas que compró la señora Rosa es 12 veces el número de patos que compró. Si ella hubiera comprado 17 patos más y 5 gallinas menos, tendría la misma cantidad de aves de cada clase. ¿Cuántas gallinas compró?

A) 36 B) 24 C) 28 D) 26

4 A un teatro asistieron más de 60 niños y más de 110 adultos. Entre niños y adultos asistieron:

A) Más de 170 B) Más de 180
C) Entre 60 y 110 D) Menos de 170

5 Perla tiene 24 juguetes más que Daniela. Si Perla le diera la tercera parte de sus juguetes a Daniela, ambas tendrían la misma cantidad. ¿Cuántos juguetes tienen entre las dos?

A) 36 B) 48 C) 42 D) 44

6 Massiel tiene S/. 100 más que Higdaly. Si Massiel le diera a Higdaly la cuarta parte de su dinero, ambas quedarían con la misma cantidad. ¿Cuánto dinero tiene Massiel?

A) S/. 50 B) S/. 100
C) S/. 200 D) S/. 250

7 Giro compró cierto números de panes el día lunes. El martes compró 12 panes más que el día anterior y pagó 360 céntimos. Si el precio del pan es de 15 céntimos, ¿cuántos panes compró el día lunes?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 24

8 Entre la casa de Andrea y la mía está el colegio donde estudiamos ella y yo. Para llegar al colegio camino $6x$ metros y Andrea, $4x$ metros. Si Andrea camina 28 metros menos que yo, ¿qué distancia hay entre mi casa y la de Andrea?

A) 140 m B) 120 m
C) 150 m D) 240 m

9 Tadeo posee $3x$ soles y Marcos, 12 soles más que Tadeo. Si Marcos tiene no más de 45 soles, entonces:

A) $x < 11$ B) $x > 11$
C) $x \geq 11$ D) $x \leq 11$

10 Identifica las proposiciones incorrectas:

I. x^2 siempre es no negativo.
II. $-x$ siempre es negativo.
III. $-x^2$ Nunca es positivo.

A) Solo I B) Solo II
C) I y II D) I y III

11 Durante una fiesta a la que asistieron $\overline{xy}$ hombres y $\overline{yx}$ mujeres, en un momento dado el número de hombres que no bailan es $(2x - y)$ y el número de mujeres que no bailan es $(x + y)$. Halla el número de asistentes.

A) 155 B) 165 C) 176 D) 187

12 Jesús compró un terno: saco y pantalones, por 450 soles. De haber comprado por separado, por el saco hubiera pagado 280 soles y por los pantalones, 250 soles. ¿Cuánto se ahorró por comprar juntos?

A) S/. 80 B) S/. 90
C) S/. 70 D) S/. 250

13 A una subasta asistieron 120 personas. Si hubieran asistido 15 hombres más y 12 mujeres más hubieran habido x asistentes. ¿Cuál es el valor de x?

14 Calcula tres números naturales consecutivos, sabiendo que su suma es igual al cuádruplo del menor.

15 La suma de un número par y el par que le sigue es igual a 86. ¿De qué números se trata?

16 En una bolsa hay 15 monedas con un valor de 60 soles. Las monedas son de 1 y 2 soles. ¿Cuántas monedas hay de cada clase?

17 A unos hermanos se les pregunta cuántos son. El mayor que él tiene el doble de hermanos que de hermanas y la hermana mayor dice que tiene cinco hermanos. ¿Cuántos hermanos y hermanas son?

18 Un comerciante quiere gratificar a sus empleados con 900 soles. Si a cada uno da 80 soles le sobran 20 soles. ¿Cuánto le faltaría para dar 90 soles a cada uno?

19 Dos grifos han llenado un depósito de 3020 litros funcionando uno 7 horas, y otro 6 horas. Si el primero vierte 60 litros más por hora que el segundo, ¿cuántos litros vierten por hora cada grifo?

20 Un número se multiplica por 3. El resultado se divide por 4 y luego se resta 8. Este nuevo resultado se multiplica por 3, obteniéndose así la cuarta parte del número. ¿Cuál es el número?

21 Mario y su familia se fueron de vacaciones y han avanzado las tres cuartas partes del viaje. Si aún le restan 540 km por recorrer, ¿cuál es la distancia total del viaje?

22 Dos depósitos tienen igual capacidad. Estando llenos de agua, de uno de ellos se sacan 200 litros, y del otro 900 litros, quedando en el primero doble cantidad que en el segundo. ¿Cuál es la capacidad de cada depósito?

23 Cristina tiene $60b$ soles en monedas de 5 soles y billetes de 10 soles. Si el número de monedas es el cuádruple del número de billetes, ¿cuántos billetes y cuántas monedas tiene?

24 En las rebajas compré tres camisas y dos pantalones por 126 soles. Recuerdo que el precio de un pantalón era el doble que el de una camisa. ¿Cuánto me costó cada prenda?

25 Reparte 1000 soles entre 3 personas, de forma que la primera reciba el doble que la segunda y ésta, el triple que la tercera. Indica cuánto recibe cada una.

26 En una caja hay doble número de caramelos de menta que de limón, y triple número de caramelos de naranja que de menta y limón juntos. En total hay 312 caramelos. Halla cuántos caramelos hay de cada sabor.

27 Pablo quiere repartir 60 soles entre Rosa, Marcos y María, de forma que Marcos reciba 4 soles más que Rosa y María reciba tanto como Marcos y Rosa juntos. ¿Qué cantidad recibirá cada uno?

28 Una pelota y una bicicleta cuestan 300 soles. Si la bicicleta vale el cuádruplo que el balón, ¿cuánto vale cada uno?

29 Se tiene el mismo número de cajas de manzanas que de limones. Si en una caja de manzanas caben 13 unidades y en una de limones caben 17, ¿cuántas cajas se tiene si hay un total de 150 frutas?

30 ¿Cuántos números pares hay entre 40 y 60?

Autoevaluación

1 Calcula tres números naturales pares y consecutivos, sabiendo que su suma es igual al cuádruplo del menor.

2 Dos grifos llenan un depósito de 1240 litros, uno funcionando 5 horas y otro 2 horas más que el anterior. Si el primero vierte 40 litros más por hora que el segundo, ¿cuántos litros vierten por hora cada grifo?

3 Dos depósitos tienen igual capacidad. Estando llenos de agua, de uno de ellos se sacan 100 litros y del otro 800 litros, quedando en el primero triple cantidad que en el segundo. ¿Cuál es la capacidad de cada depósito?

4 Cuando pregunté cuánto me cobraban por 8 llaves me dijeron 80 soles pero que si mandaba hacer 10 llaves me podían hacer una rebaja por cada una. Acepté la oferta de modo que con la rebaja, de todos modos pagué 80 soles. ¿Cuánto me rebajaron por cada llave?

5 Salma ahorra 20 soles a la semana y su hermano Franco, 30 soles a la semana. ¿En cuántas semanas el ahorro de Franco duplica al de Salma?

6 Compré 13 cajones de manzana conteniendo en promedio igual número de manzanas. Según mis estimaciones, en mi compra hay entre 182 y 208 manzanas. ¿Cuántas contiene cada cajón?

Desigualdades e intervalos

Inecuaciones

Marilú compró 10 cajones de naranjas. En cada caja vienen entre 20 y 30 naranjas. ¿Cuántas naranjas compró Marilú como máximo y cuántas como mínimo?

Si representamos con x el número de naranjas de una caja, entonces resulta: $20 \leq x \leq 30$

VIDEO DE TEORÍA

En esta desigualdad, x representa un conjunto de valores del intervalo [20; 30]. Esta desigualdad se llama inecuación.

Una **inecuación** es una desigualdad que contiene una incógnita que representa un valor o conjunto de valores desconocidos, y resolver la inecuación es, precisamente, determinar dichos valores.

- $2x \leq 10$
- $2x + 3 \geq 9$
- $5 > 3x + 3 \geq -4$

Resolución de inecuaciones

La resolución de las inecuaciones se basa en la aplicación de las **propiedades de la desigualdad.**

Como estas propiedades son similares a las de la igualdad, se resuelven igual que las ecuaciones, con la salvedad de que cuando se transpone, multiplicando o dividiendo, un número negativo, se invierte el sentido la desigualdad.

La solución de una inecuación generalmente es un intervalo, por lo que se denomina **conjunto solución.**

Resolviendo: (Problema introductorio)

- En 10 cajones hay $10x$ naranjas.
- $20 \leq x \leq 30$

$\times 10$: $20 \times 10 \leq 10x \leq 30 \times 10$

$200 \leq 10x \leq 300$

$\therefore$ Como máximo compró 300 naranjas y como mínimo, 200.

Ejemplo 1

Resuelve $2x + 5 > 9$

Resolviendo:

$2x > 9 - 5$

$2x > 4$

$x > \frac{4}{2} \Rightarrow x > 2$

$\therefore$ CS = $\langle 2; +\infty \rangle$

Ejemplo 2

Resuelve: $-3x < 12$

Resolviendo:

$-3x < 12$

$x > \frac{12}{-3}$

$x > -4$ C.S. = $\langle -4; +\infty \rangle$

Ejemplo 3

Halla la suma de todos los números naturales que cumplen con la inecuación: $3(x + 1) + 4 < x + 13$.

Resolviendo:

$3x + 3 + 4 < x + 13$

$3x + 7 < x + 13$

$3x - x < 13 - 7$

$2x < 6 \Rightarrow x < 3$

C.S. = $\langle -\infty; 3 \rangle$

Ten en cuenta

Propiedades de la desigualdad

Si a ambos miembros de una desigualdad se suma o se resta el mismo número, la desigualdad se mantiene.

- $10 > 7$

$10 + 3 > 7 + 3 \Rightarrow 13 > 10$

- $9 < 12$

$9 - 7 < 12 - 7 \Rightarrow 2 < 5$

Si a ambos miembros de una desigualdad se multiplica o se divide por el mismo número, la desigualdad se mantiene si el número es positivo y se invierte si el número es negativo.

- $15 > 8$

$15 \times 3 > 8 \times 3 \Rightarrow 45 > 24$

- $6 > 4$

$6(-5) < 4(-5) \Rightarrow -30 < -20$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 4

Halla el mayor valor entero de x en la inecuación: $\frac{x+3}{5} - 3 < 2$

Resolviendo:

Eliminando el denominador se tiene:

$x + 3 - 3(5) < 2(5)$

$x + 3 - 15 < 10$

$x < 10 - 3 + 15 \Rightarrow x < 22$

Como x es menor que 22, el mayor valor entero que cumple es 21.

Ejemplo 5

Halla los valores naturales comunes que tienen los conjuntos solución de las siguientes inecuaciones:

$$2(x+1) \geq x + 8 \quad \text{y} \quad \frac{x-1}{2} \leq 4$$

Resolviendo:

- $2(x + 1) \geq x + 8$
  $2x + 2 \geq x + 8$
  $2x - x \geq 8 - 2 \Rightarrow x \geq 6$
  $x \in \{6; 7; 8; 9; ...\}$

- $\frac{x-1}{2} \leq 4$
  $x - 1 \leq 8$
  $\Rightarrow x \leq 9$
  $x \in \{...; 7; 8; 9\}$

$\therefore$ Los valores naturales comunes son: {6; 7; 8; 9}

Nivel básico

1 **Resuelve** las inecuaciones:

a) $x + 7 \leq 13$ b) $2x - 5 > 11$

2 **Resuelve** las inecuaciones:

a) $4x \geq x + 18$ b) $-3x - 2 > 10$

3 Si $5 < x < 8$, ¿en qué intervalo se encuentra $4x$?

4 Si $35 \geq 5x > 10$, ¿en qué intervalo se encuentra x?

5 **Resuelve** $17 \geq 2x + 1 > 9$

Nivel intermedio

6 **Halla** la suma de todos los números naturales que cumplan con la inecuación:

$5(x + 1) + 3(x + 2) < 7(x + 3)$

7 **Halla** el menor valor entero que satisface la inecuación: $5(x + 2) - 3(x + 1) > x + 6$

8 **Halla** el menor valor entero que satisface la inecuación: $\frac{2x + 1}{3} - 2 > 5$

9 **Halla** la suma de los valores naturales comunes de: $3(x + 2) > 12$ y $\frac{2(x + 1)}{3} - 1 < 5$

Nivel avanzado

10 **Resuelve** la inecuación y suma los valores naturales que la satisfacen: $\frac{x}{2} + 3 < 5 + \frac{x}{3}$

11 La solución de la inecuación: $\frac{x + 1}{2} - x > 6$ es $x < -a$. **Halla** el valor de: $M = \sqrt{a + 5}$.

12 **Halla** la suma de los valores enteros comunes de las inecuaciones: $\frac{x + 2}{3} + 1 < 4$; $\frac{x + 2}{3} + 1 > 2$

Tarea

1 **Halla** el mayor valor entero que satisface:

$$3(x - 2) + 4(x - 5) < 9$$

2 **Resuelve** la inecuación en $\mathbb{N}$,

$2(x + 1) + 3(x + 2) < 4(x + 3)$ y **halla** la suma de todos los valores que la satisfacen.

3 **Halla** el menor valor natural que cumple:

$$2(x + 3) + 3(x + 2) > 2(2x + 8)$$

4 **Halla** cuántas soluciones enteras comunes tienen las inecuaciones:

$$2x < 18; \quad 3x - 1 > 2 \quad y \quad 3 \leq x \leq 8$$

GENIOMATIC

Desigualdades e intervalos

Planteo de inecuaciones

Raíza tiene más de 10 años y Fabio tiene el doble de la edad de Raíza. Dentro de 3 años sus edades sumarán menos de 42 años. ¿Qué edad tiene cada uno?

VIDEO DE TEORÍA

Plantear una inecuación es expresar en una desigualdad un problema que está expresado verbalmente.

Los problemas donde aparecen términos como "mayor que", "menor que", "al menos", "a lo más", "no menos" y "no más", es muy probable que se resuelvan mediante inecuaciones.

Entonces, igual como se plantea una ecuación, el enunciado verbal del problema se traduce en una inecuación, solo que en lugar del signo igual usamos los signos de la desigualdad. Seguiremos las mismas recomendaciones que para el planteo de ecuaciones.

1. Leemos el enunciado y elegimos qué va representar la incógnita: Elegimos la edad de Raíza para representar con x. Esta elección es muy importante y todas las otras cantidades deben ser expresadas en términos de la incógnita elegida.

2. Tratamos de comprender el problema imaginando la situación. En lo posible, representamos con un esquema lo que hemos comprendido.

Ahora

Raíza: $10 <$ [x]

Fabio: [x] [x]

Dentro de 3 años

$x + 3$

$2x + 3$

Suma: $3x + 6$

3. Planteamos la inecuación y resolvemos:

$3x + 6 < 42$

$3x < 42 - 6$

$3x < 36 \Rightarrow x < 12$

Pero $x > 10 \Rightarrow 10 < x < 12$

$\therefore x = 11.$

4. Verificamos la solución.

Dentro de 3 años:

- Raíza: $11 + 3 = 14$
- Fabio: $22 + 3 = 25$

Suma: $39 < 42$

$\therefore$ Raíza tiene 11 años y Fabio, 22.

Ten en cuenta

Términos de la desigualdad

Al menos

Equivale a **"como mínimo"**.

Por ejemplo, si decimos que en una cesta hay **al menos** 5 panes, significa que puede haber 5; 6; 7; ..., panes. Por consiguiente: Al menos 5: ≥ 5

A lo más

Equivale a **"como máximo"**.

Por ejemplo, si decimos que a una fiesta asistieron **a lo más 50** personas, significa que pudieron asistir 50; 49; 48; ..., personas. Por consiguiente: A lo más 50: ≤ 50

No mayor y no menor

No mayor = Menor o igual

No menor = Mayor o igual.

Un número no mayor que 10, puede ser 10; 9; 8; ..., etc.

Un número no menor que 8, puede ser 8; 9; 10; ..., etc.

Un número no negativo es un número mayor o igual que cero.

No negativo: ≥ 0

No mayor que 0: ≤ 0

Ejemplo 1

El doble de un número no es mayor que 20. A lo más el número es:

Resolviendo:

- Sea el número: x
- Su doble: $2x$

De la condición: $2x \leq 20 \Rightarrow x \leq 10$

$\therefore$ A lo más x es 10.

Ejemplo 2

Halla el mayor número entero tal que su triple, aumentado en 5 sea menor que 17.

Resolviendo:

Sea x el número: $3x + 5 < 17$

$3x < 17 - 5 \Rightarrow 3x < 12 \Rightarrow x < 4$

$\therefore$ El mayor número entero que cumple es 3.

Ejemplo 3

Luis tiene cierta cantidad de caramelos. Si su abuelo le regalara 6, tendría menos de 17, pero si él regala 4, tendría más de 5. ¿Cuántos caramelos tiene?

Resolviendo:

Sea x el número de caramelos.

- Si le regalan 6:

$x + 6 < 17$

$x < 17 - 6$

$x < 11$ (1)

- Si él regalara 4:

$x - 4 > 5$

$x > 5 + 4$

$x > 9$ (2)

$\therefore$ De (1) y (2): $9 < x < 11 \Rightarrow x = 10$

Ejemplo 4

El triple de un número natural aumentado en 2 es menor que 29, pero su doble disminuido en 3, es mayor que 11. **Halla** el número.

Resolviendo:

Sea el número: x

Primera condición:

$3x + 2 < 29$

$3x < 29 - 2$

$3x < 27$

$x < 9$ (1)

Segunda condición:

$2x - 3 > 11$

$2x > 11 + 3$

$2x > 14$

$x > 7$ (2)

$\therefore$ De (1) y (2): $7 < x < 9 \Rightarrow x = 8$

Ejemplo 5

Si para incrementar la producción el número de empleados de una fábrica se duplicara y se contratara 4 más, tendría menos de 36 trabajadores. Pero si no hay producción debe despedir 8 empleados, con lo que se quedaría con más de 6 trabajadores. ¿Cuántos empleados hay en la fábrica?

Resolviendo:

Sea x el número de empleados.

Primera condición:

$2x + 4 < 36$

$2x < 36 - 4$

$2x < 32$

$x < 16$ (1)

Segunda condición:

$x - 8 > 6$

$x > 6 + 8$

$x > 14$ (2)

$\therefore$ De (1) y (2): $14 < x < 16 \Rightarrow x = 15$

Nivel básico

1 **Halla** el mayor número entero cuyo doble, aumentado en 7, es menor que 21.

2 **Halla** el menor número entero cuyo triple, disminuido en 7, es mayor que 9.

3 Un número entero es mayor que 12, pero su triple, aumentado en 8, es menor que 50. **Halla** el número.

4 Paloma dice: "Hace 3 años tenía más de 9 años, pero en 6 años no llegaré aún a 20". ¿Cuántos años tiene Paloma?

5 A un entero no negativo se triplica, se le agrega 15 y resulta menor que 45. ¿Cuántos enteros cumplen esta condición?

8 María tiene una cantidad de libros. Si duplicara esa cantidad tendría menos de 40 libros, pero si regalara 10 libros, tendría más de 8. ¿Cuántos libros tiene?

Nivel intermedio

6 Luis tiene más de 10 caramelos, pero si el abuelo le regala 5 caramelos, tendría menos de 17. ¿Cuántos caramelos tiene?

9 Si al doble de la edad entera de Seyka se le resta 17 años, resulta menor que 35; pero si a la mitad de esa edad se le suma 3, el resultado es mayor que 15. ¿Cuál es la edad de Seyka?

7 Si la cantidad de pelotas que tengo se duplicara y me regalaran 3 pelotas, tendría más de 15. ¿Cuál es el mínimo número de pelotas que puedo tener?

10 El número de canicas que hay en una caja es tal que su duplo aumentado en 18 es menor que 100, en tanto que su triple disminuido en 17 canicas es mayor que 100. ¿Cuántas canicas hay en la caja?

Nivel avanzado

11 Un número entero está comprendido entre 4 y 8. Si se le suma un número, la suma está comprendida entre 6 y 13. ¿Entre qué valores está comprendido el número que se sumó?

12 Un número entero está comprendido entre 7 y 12. Si se le suma un número, la suma está comprendida entre 14 y 30. ¿Entre qué valores está comprendido el número que se sumó?

13 Antonio y José entran con igual suma de dinero a jugar en un tragamonedas. Antonio duplica lo que tenía y pierde 8 soles y le quedan menos de 10 soles. José triplica lo suyo y gana 10 soles más y tiene más de 31 soles. ¿Con cuánto ingresó a jugar cada uno?

14 El almacenero de una obra informa: "Si hoy se usan el doble de bolsas de cemento de los que se usaron ayer, quedarán al menos 80 bolsas, pero si usamos la misma cantidad que ayer, quedarán a lo más 90 bolsas". ¿A lo más cuántas bolsas se usaron ayer?

Tarea

1 Un número par de caramelos se triplica y resulta mayor que 18, pero si se quintuplica resulta menor que 50. ¿Cuál es la cantidad inicial de caramelos?

2 El triple de un número entero aumentado en una unidad es mayor que 16 y su cuadrúple aumentado en 2 es menor que 30. ¿Cuál es el número?

3 **Halla** el menor número entero cuyo triple aumentado en el doble del número es mayor que 50.

4 Se tiene un determinado número de entradas para una función de circo. Si se vendieran 4 quedarían menos de 10, pero si se vendiera la mitad, quedarían más de 6. ¿Cuántas entradas se tiene?

Sistema de ecuaciones

Reducción de términos semejantes y multiplicación algebraica

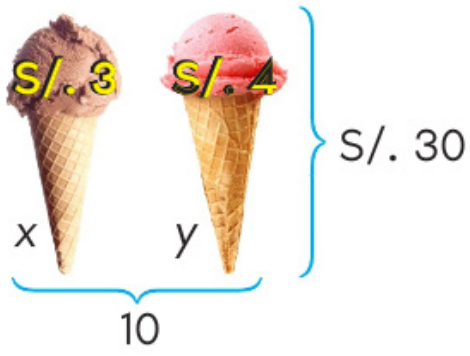
Con 36 soles, Rafael compró 10 helados de 3 soles y de 4 soles. ¿Cuántos helados de cada precio compró?

Si bien este problema se puede resolver con una sola ecuación y una sola incógnita, hay la opción de resolver con dos incógnitas.

VIDEO DE TEORÍA

Para eso, asignemos con x el números de helados de 3 soles y con y el número de helados de 4 soles.

Cuando se trabaja con dos incógnitas necesitamos dos ecuaciones para resolver el problema, por lo que se dice que esas dos ecuaciones forman un **sistema de dos ecuaciones**, ya que el valor de cada incógnita tiene que satisfacer las dos ecuaciones.



- Número de helados: $x + y = 10$ (1)
- Importe: $3x + 4y = 36$ (2)

Estas ecuaciones forman un sistema. Los valores de x y de y, al ser reemplazados en las dos ecuaciones, deben verificar una igualdad numérica.

Un sistema de ecuaciones es un conjunto de ecuaciones cuya solución debe satisfacer simultáneamente todas las ecuaciones del sistema.

Resolución de un sistema de ecuaciones

La resolución de un sistema de ecuaciones está basada en las **propiedades de las igualdades.**

Hay varios métodos para resolverlas. Aquí usaremos el **método de reducción**, que consiste en sumar miembro a miembro las ecuaciones, previamente multiplicadas por un factor conveniente, de modo que al sumar se elimine una de las incógnitas.

Hallado el valor de una incógnita, se reemplaza en alguna de las ecuaciones para obtener el valor de la otra incógnita.

- Multiplicamos (1) por −3: $-3x + -3y = -30$ (3)
  $3x + 4y = 36$ (2)
- Sumamos (3) + (2): $y = 6$
- $y = 6$ en (1): $x + 6 = 10 \Rightarrow x = 4$

$\therefore$ Compró 4 helados de 3 soles y 6 de 4 soles.

Ten en cuenta

Propiedades de la igualdad

En un capítulo anterior ya vimos estas propiedades:

Dado $a = b$

Se cumple: $a + c = b + c$
$ac = bc$

Ahora veremos dos propiedades más:

1. Dos igualdades se pueden sumar miembro a miembro:

$$\frac{\begin{array}{c} c = d \\ a = b \end{array}}{a + c = b + d}$$

2. Dos igualdades se pueden multiplicar o dividir miembro a miembro, siempre que ningún miembro sea cero.

- $\dfrac{\begin{array}{c} a = b \\ c = d \end{array}}{ac = bd}$
- $\dfrac{\begin{array}{c} a = b \\ c = d \end{array}}{\frac{a}{c} = \frac{b}{d}}$

Estas propiedades se utilizan para resolver sistemas de ecuaciones.

Cálculo de dos números conociendo la suma y la diferencia

$$\frac{\begin{array}{ll} x + y = 12 & (1) \\ x - y = 8 & (2) \end{array}}{}$$

(1) + (2): $2x = 20 \Rightarrow x = 10$

(1) − (2): $2y = 4 \Rightarrow y = 2$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 1

Resuelve: $2x - y = 13$ (1) $\quad 3x + y = 17$ (2)

Resolviendo:

(1) + (2): $\quad 5x = 30 \Rightarrow x = 6$

En (2): $\quad 3(6) + y = 17 \Rightarrow y = -1$

Ejemplo 2

Resuelve: $2x - 3y = 1$ (1) $\quad 3x + y = 18$ (2)

Resolviendo:

(2)×3: $\quad 9x + 3y = 54$ (3)

(1) + (3): $\quad 11x = 55 \Rightarrow x = 5$

En (2): $\quad 3(5) + y = 18 \Rightarrow y = 3$

Ejemplo 3

Abilia y Norma tienen 45 soles. Si Abilia tuviera el doble de lo que tiene y Norma tuviera 14 soles más de los que tenía, entre las dos tendrían 70 soles. ¿Cuánto tiene cada una?

Resolviendo:

Abilia tiene x soles y Norma, y soles.

- Entre las dos: $\quad x + y = 45$ (1)
- Luego: $\quad 2x + (y + 14) = 70$ (2)
- (2) – (1): $\quad x + 14 = 25 \Rightarrow x = 11$
- En (1): $\quad 11 + y = 45 \Rightarrow y = 34$

$\therefore$ Abilia tiene S/. 11 y Norma, S/. 34

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Nivel básico

1 **Resuelve** el sistema: $x - y = 3$ (1) $\quad 2x + y = 15$ (2)

2 **Resuelve** el sistema: $x - y = 7$ (1) $\quad 3x + 2y = 26$ (2)

3 **Resuelve** el sistema: $x + y = 9$ (1) $\quad 3x - y = 31$ (2)

4 **Resuelve** el sistema: $x + y = 15$ (1) $\quad 2x + y = 22$ (2)

5 **Resuelve** el sistema: $3x + 2y = 19$ (1)

$2x + 3y = 21$ (2)

Nivel intermedio

6 Las edades de Andrea y de Josefa suman 18 años. Si Andrea tuviera el doble de lo que tiene, la suma sería 28 años. ¿Cuántos años tiene Andrea?

7 Entre Jorge y Santos tienen 80 soles. Si Jorge tiene 20 soles más que Santos, ¿cuánto tiene Jorge?

8 Con 19 soles Melania compró 2 kilos de arroz y 5 kilos de azúcar. De haber comprado un kilo de cada producto habría gastado solo 5 soles. ¿Cuál es precio de 1 kg de arroz?

9 Dos corbatas y 3 pares de calcetines cuestan 39 soles. Tres corbatas y un par de calcetines cuestan 41 soles. ¿Cuánto cuestan una corbata y un par de calcetines?

10 Entre Gloria y Félix tienen 70 soles. Si Félix le diera 11 soles a Gloria, ambos tendrían la misma suma. ¿Cuánto tiene Gloria?

Nivel avanzado

11 En un tiro al blanco, Flavio hizo 90 puntos con 14 tiros. En el blanco solo había dos regiones, la diana, de 10 puntos, y fuera de ella, 5 puntos. ¿Cuántos acertó en la diana?

12 Un bus que cubre la ruta Lima – Trujillo hace parada en Chimbote. El pasaje a Chimbote es 25 soles y hasta Trujillo, 30 soles. Si con 40 pasajeros recaudó 1080 soles, ¿cuántos se bajaron en Chimbote?

13 Eduardo fue a los juegos mecánicos con sus 8 sobrinos. Unos eligieron la montaña rusa y el resto, los carritos chocones. Eduardo pagó 92 soles por todo. El boleto de la montaña rusa cuesta 12 soles y de los carritos, 10 soles. ¿Cuántos eligieron la montaña rusa?

14 Nadia y Piero caminaron juntos dando entre los dos 65 pasos. Los pasos de Nadia miden 60 cm y los de Piero, 70 cm. ¿Qué distancia caminaron?

Tarea

1 **Resuelve** el sistema:
$x - y = 2 \quad (1)$
$3x + y = 34 \quad (2)$

2 Las edades de Jazmín y Violeta suman 21 años. Dentro de 6 años, Jazmín tendrá el doble de la edad que tenga Violeta. ¿Cuántos años tiene cada una?

3 **Resuelve** el sistema:
$x + y = 23 \quad (1)$
$3x + 2y = 59 \quad (2)$

4 En una fiesta había 50 personas. Cuando se retiraron 12 parejas, el número de mujeres que quedaron es el doble de hombres. ¿Cuántas mujeres había al principio?

Reforzando - Unidad 8

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Un listón de madera de 15 cm de largo se parte en dos, de modo que un pedazo resultó 5 cm más largo que el otro. ¿Cuánto mide el más corto?

A) 5 cm B) 6 cm C) 8 cm D) 10 cm

2 Una gaseosa cuesta 1 sol más que un helado. Si Vanesa pagó 10 soles por dos helados y dos gaseosas, ¿cuánto cuesta la gaseosa?

A) S/. 1 B) S/. 2 C) S/. 3 D) S/. 4

3 En una juguería, un especial cuesta 3 soles más que un surtido. Si 3 surtidos cuestan igual que dos especiales, ¿cuánto cuesta el surtido?

A) S/. 2 B) S/. 4 C) S/. 5 D) S/. 6

4 En una casa hay 100 gatos, algunos blancos, otros negros y los restantes grises. Se sabe que los negros son más que el doble de los blancos; que tres veces los blancos son más que 4 veces los grises; y que 3 veces los grises son más que los negros. Determina cuántos gatos de cada clase hay en la casa.

A) N = 55; B = 27; G = 18

B) N = 55; B = 30; G = 15

C) N = 54; B = 28; G = 18

D) N = 55; B = 26; G = 19

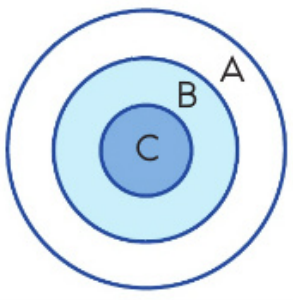
5 En el juego del tiro al blanco que se muestra, el anillo A, el anillo B y el anillo C corresponden a diferentes puntajes. La suma de los puntajes de A y B es 25, de B y C es 36 y de A y C es 31. ¿Cuál es la suma de los valores de los puntajes A, B y C?

A) 92

B) 61

C) 66

D) 36



6 Cuatro amigos se pesan a la vez de dos en dos, de todas las formas posibles. Los pesos de las parejas son: 90 kg, 92 kg, 93 kg, 94 kg, 95 kg y 97 kg. El peso en conjunto de los cuatro amigos es:

A) 184 kg B) 185 kg
C) 186 kg D) 187 kg

7 En la secuencia:

$$3^2;\ 4^4;\ 5^6;\ 6^8;\ 7^{10};\ 8^{12};\ \ldots$$

¿en qué término la base y el exponente suman 122?

A) 40° B) 42°
C) 39° D) 38°

8 Dos familias viven en casas contiguas. Cuando 3 miembros de una familia visitan a la otra, en esta resulta doble número de personas de las que quedan en la primera familia. Cuando se reúnen las dos familias se cuenta 15 personas. ¿Cuántos miembros tiene la familia más numerosa?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10

9 Se sabe que el cuádruplo del número de monedas que hay dentro de una bolsa es tal que disminuido en 8 no puede exceder a 30 y que el quíntuplo del mismo número de monedas aumentado en 7 no es menor que 50. Hallar el total de monedas.

A) 10 B) 11 C) 9 D) 7

10 Se compran 7 cajas de discos "A" y 4 cajas de discos "B" por S/. 564. ¿Cuánto cuesta cada caja de los primeros, sabiendo que se ahorraría S/. 62 si se intercambiasen el número de cajas, cobrándose S/. 10 más en cada caja de discos "B" y S/. 15 menos en cada caja de discos "A"?

A) S/. 50 B) S/. 55
C) S/. 60 D)S/.65

11 Dos números suman 24 y uno de ellos es el doble del otro. ¿Qué números son?

12 Se tiene un rectángulo cuya altura mide 4 cm más que su base y cuyo perímetro es igual a 48 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo.

13 Un número de dos cifras es tal que la suma de sus cifras es 11 y cuando se invierte el orden de sus cifras aumenta en 27. ¿Cuál es el número?

14 En el aula de Alonso hay un total de 27 alumnos, habiendo el doble de chicas que de chicos. ¿Cuántos chicos y chicas hay en la clase de Alonso?

15 María tiene un hermano llamado Juan. Juan tiene tantos hermanos como hermanas. María tiene 3 hermanas. ¿Cuántos chicos y chicas hay en la familia?

16 Lina tiene 12 años menos que Ana. Si las edades de ambas, suman menos de 35 años, ¿cuál es la máxima edad que podría tener Lina?

17 Tomás utiliza en el gimnasio 9 pesas, siendo algunas de 5 kg y otras, de 10 kg. ¿Cuántas pesas de cada peso utiliza, si en total levanta 65 kg?

18 En la secuencia

$$1\times3;\ 3\times5;\ 5\times7;\ 7\times9;\ 9\times11;\ \ldots$$

¿Cuál es el menor término mayor que 200?

19 Dos costales de arroz pesan 80 kilogramos. Si de un costal a otro se transfiriera 12 kilogramos, ambos costales tendrían el mismo peso. ¿Cuántos kilogramos pesa el de mayor peso?

20 Irma tiene el doble de la edad de Julia. Si sus edades suman más de 17 años, como mínimo, ¿cuántos años tiene Julia?

21 Néstor, Ana y Javier se pesan en una balanza y pesan también a su perro Koqui.

Ana y Néstor juntos pesan mas que Javier, pero Javier junto con Koqui pesa lo mismo que Ana y Néstor juntos.

Si Ana pesa 20Kg, Néstor pesa 4Kg mas que Ana y Néstor, Ana y Javier juntos pesan 84Kg ¿Cuánto pesa Koqui?

22 Un helado y un perro caliente cuestan 15 soles. Dos helados y tres perros calientes cuestan 39 soles. ¿Cuánto cuesta un perro caliente?

23 Alberto y su padre se llevan 24 años de edad. Calcular la edad de Alberto sabiendo que dentro de 13 años la edad de su padre será el doble que la suya.

24 Un avión dispone de 32 asientos en clase A y de 50 asientos en clase B cuya venta supone un total de 14600 soles. Sin embargo, sólo sea han vendido 10 asientos en clase A y 40 en clase B, obteniendo un total de 7000 soles . ¿Cuál es precio de un asiento en cada clase?

25 Santiago fue a la panadería a comprar churros y donas, cada dona cuesta 45 céntimos y cada churro cuesta 15 céntimos. Por error el señor panadero le cobró las donas con el precio de los churros y los churros con el precio de las donas. En total Santiago pagó 150 céntimos menos de lo que debía pagar. Si Santiago compró 7 churros ¿Cuántas donas compró?

26 La factura del teléfono del mes pasado ascendió a un total de S/. 120 por un consumo de 60 minutos, mientras que la de este mes asciende a S/. 112 por un consumo de 50 minutos. El importe de cada factura es la suma de una tasa fija (mantenimiento) más un precio fijo por minuto de consumo. Calcula la tasa y el precio de cada minuto.

Autoevaluación

1 Dos sacos de arroz pesan 60 kilogramos. Si de un saco a otro se transfiriera 8 kilogramos, ambos sacos tendrían el mismo peso. ¿Cuántos kilogramos pesa el de mayor peso?

2 Celina tiene 9 años más que Fanny. Si sus edades suman más de 20 años, ¿cuántos años tiene Fanny, como mínimo?

3 En el patrón numérico:

2×4; 4×6; 6×8; 8×10; ...

¿Cuál es el mayor término menor que 150?

4 Una bebida y un emparedado cuestan 13 soles. Dos bebidas y tres emparedados cuestan 35 soles. ¿Cuánto cuesta un emparedado?

5 Julio fue a la bodega a comprar leche en tarro y enlatados de pescado. Cada tarro de leche cuesta 2 soles menos que un enlatado de pescado. Si compró 5 tarros de leche y 8 enlatados por un valor de 68 soles, ¿cuánto pagó por cada tarro de leche?

6 Una empresa ha gastado 1560 soles en comprar casacas o chalecos, según la elección de cada uno de sus 32 empleados. Las casacas costaron 50 soles y los chalecos, 45 soles. ¿Cuántas casacas y cuántos chalecos compró la empresa?

Descarga una aplicación para escanear códigos QR en la tienda de tu Smartphone para ver las lecciones de este libro en video.

GENIO MATIC
INFORMES Y PEDIDOS
Jr. Flosferri 616 - Lima 36
(01) 767 0437
912 841 287
geniomaticeirl@gmail.com

Edición Digital
2021